Simone Marques Lima

PRÁTICAS PEDAGÓGICAS DE PROFESSORES NO ENSINO DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Práticas pedagógicas de professores no ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental e a resolução de problemas

Simone Marques Lima

LIMA, S. M. *Práticas pedagógicas de professores no ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental e a resolução de problemas* [online]. Marília: Oficina Universitária; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2020, 344 p. ISBN: 978-65-5954-011-2. Available from: https://books.scielo.org/id/f79xx. https://doi.org/10.36311/2020.978-65-5954-011-2.

PRÁTICAS PEDAGÓGICAS DE PROFESSORES NO ENSINO DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

SIMONE MARQUES LIMA

PRÁTICAS PEDAGÓGICAS DE PROFESSORES NO ENSINO DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

SIMONE MARQUES LIMA

Marília/Oficina Universitária
São Paulo/Cultura Acadêmica
2020

LISTA DE SIGLAS

SAREM - Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de Marília

SARESP - Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de São Paulo

SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática

SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática

ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

ZDP - Zona de Desenvolvimento Proximal

PSIEM - Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática

PNLD - Programa Nacional do Livro Didático

SUMÁRIO

PREFÁCIO

Escrever o prefácio deste livro é motivo de satisfação pessoal por resultar de ampla pesquisa no âmbito da Educação Matemática e principalmente pela atualidade e relevância da temática. Além disso, trata-se de produção acadêmica consistente, resultante de pesquisa de Doutorado, de jovem pesquisadora com atuação significativa na Educação Básica e na formação de professores. A responsabilidade pela tarefa do prefácio se amplia significativamente em função da dedicação e do trabalho exaustivo de investigação que, embora tratando de temática relativamente bem explorada no espaço acadêmico, revela como distante o seu melhor encaminhamento, a julgar pelos indicadores de desempenho escolar em Matemática na tradição brasileira, especialmente na Educação Básica. Superar esse quadro preocupante passa pela realização de estudos desta natureza, compreendendo melhor os contextos nos quais se configura a alienação matemática, a qual por vezes é marcada por particularidades de caráter sociopolítico e cultural amplo.

De fato, a temática da Prática Pedagógica para o ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental ainda é motivo de preocupação no contexto brasileiro de modo que o assunto se constitui em um universo de pesquisa de grande alcance acadêmico, social e político, desnudando os dramas, as dificuldades e as conquistas que envolvem sujeitos do ensino e da aprendizagem deste conteúdo, postos em uma conjuntura educativa absolutamente desigual e que precisa ser transformada para se adequar às necessidades e demandas de formação em todos os níveis da educação brasileira contemporânea.

Parece consensual que a apropriação significativa de conceitos matemáticos é condição necessária para a formação cidadã, seja pelos seus aportes de natureza prático-utilitária, seja pela relevância do seu papel no desenvolvimento intelectual, de modo a consolidar o que denominamos como pensamento teórico no contexto da Teoria Histórico-cultural.

Educar para a cidadania é premissa constante em todas as reformas curriculares do período de redemocratização da sociedade brasileira pós-1984. A partir de então, é fato que ocorreram mudanças que marcaram profundamente o cotidiano do país, acarretando consequências para a formação inicial e continuada de professores, sendo a área da Educação fortemente marcada por uma série de condicionantes de natureza política, econômica e social. No entanto, em que pese os esforços que devem ser reconhecidos, o problema ainda é recorrente.

Nesse contexto, historicamente os atores sociais reivindicam o direito inalienável de acesso à educação, nem sempre tendo tal prerrogativa reconhecida na prática, na evolução histórica do desenvolvimento da educação brasileira, como ação fundamental para o processo de humanização e de democratização da sociedade. Então, é possível considerar que a pobreza e a desigualdade social aparecem nos planos plurianuais dos governos, em todas as instâncias, e mesmo nos Planos Nacionais de Educação, como questões centrais a serem encaminhadas, apontando a educação como uma mediação fundamental para o seu enfrentamento.

Assim, é possível considerar, também, que no período pós-1980 prevalece um foco na dimensão econômica do fenômeno educacional e, simultaneamente, enfatiza-se a necessidade de fortalecimento do instituto da cidadania, o que revela ênfase na dimensão política. No entanto, raramente se considera que a desigualdade educacional se constitui como

expressão da desigualdade social, o que deveria se configurar como parâmetro determinante para a organização da política educacional, em geral, e da formação de professores, em particular. Inegavelmente, a escolha do magistério como profissão nem sempre é a primeira alternativa dos concluintes do ensino médio, dada a sua crescente desvalorização.

De forma geral, sinteticamente podemos afirmar que a política educacional referência o problema político da educação em função dos dados de analfabetismo absoluto e funcional, da evasão escolar, da repetência, dos anos de escolarização média da população, da qualidade de ensino, das estruturas escolares, da formação docente relacionada a pratica pedagógica. Porém, se perguntarmos a qualquer gestor da educação qual o principal problema da área de Educação certamente a resposta prevalecente se referirá ao último quesito. Então, neste livro aborda-se a Prática Pedagógica de professores para a Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino fundamental, mas não se perde de vista, a conjuntura sociopolítica que envolve o problema da educação no país. Tem-se claro que as frequentes transformações da sociedade brasileira, em contextos de reformas dentro da ordem estabelecida, determinam o tipo social de Educação Básica pública do país.

Dito isso, à pesquisa em Educação Matemática impõe-se séria reflexão sobre Prática Pedagógica do docente que atua nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental para apontar caminhos para a formação de professores nessa área do conhecimento, pois, a despeito da importância do conhecimento matemático para a consolidação dos processos de leitura e de escrita, é fato que a presença desse conteúdo na organização dos programas de ensino dos cursos de Pedagogia ou Curso Normal Superior tem sido tímida e escassa, se constituindo expressamente entre uma e três disciplinas distribuídas em um ou dois semestres do curso. Isso revela que

um dos principais problemas do processo de formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental é negligenciar a formação matemática básica, considerando os conteúdos tão simplistas que não justificam uma melhor preparação para o seu ensino.

Perde-se de vista duas componentes fundamentais para o trabalho docente neste âmbito educativo, ou seja, a necessidade de domínio do conteúdo matemático e da forma metodológica de sua difusão. Predomina, então, no processo de formação a ideia de que os futuros professores dominam os conteúdos que deverão ministrar e que a formação pedagógica deve se ater à questão didática ou metodológica.

Por isso, sem embargo, a investigação retratada no livro ao focalizar a Prática Pedagógica docente no contexto didático da Resolução de Problemas, transita por esses invariantes, estabelecendo que o desafio para o processo de formação de professores para a escolarização inicial é a consideração da especificidade do conhecimento matemático, sendo que as pesquisas em Educação Matemática apontam para o corolário de que além da necessidade de conhecimento desse conteúdo, impõe-se o conhecimento da forma de sua difusão didático-metodológica e das implicações relativas à organização dos currículos e programas de ensino de Matemática.

A partir dos anos de 1980, de modo incoerente com o discurso da democratização do ensino e de formação para a cidadania, os cursos de formação de professores para os anos iniciais do ensino fundamental manifestam certa despreocupação com os objetos de ensino, revelando-se, na análise dos programas de ensino, que pouco se ensina sobre conceitos matemáticos, Resolução de Problemas, procedimentos e sobre a própria linguagem matemática, priorizando-se a discussão sobre os aspectos metodológicos de sua difusão. Reconheça-se, no entanto, que é a decisão

possível no contexto de organização curricular da formação docente, nos moldes atuais.

Esse quadro faz com que a definição dos programas de ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, em especial, quanto à formulação dos objetivos de formação, dos conteúdos e das estratégias seja atribuída a especialistas ou à reprodução do conteúdo de livros didáticos, dado o aligeiramento da formação.

Assim a investigação, sem desconsiderar esses invariantes da formação docente, realiza um profícuo debate sobre a Prática Pedagógica de professores no ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no contexto didático da Resolução de Problemas, tendo como horizonte a realidade de trabalho na qual os professores se inserem e as implicações pedagógicas decorrentes da sua formação, dos modelos didático-pedagógicos enunciados na prática pedagógica cotidiana na qual ainda predominam tempos e espaços escolares praticamente inflexíveis.

Tendo como fundamento teórico os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural de Vigotsky e seguidores a investigação se debruça sobre a identidade sociocultural, as formas de pensar, as representações e vivências dos professores, sendo que apesar do contexto e de condições de trabalho nem sempre ideais, lutam com resignação para a transformação dessa realidade, mantendo viva a tradição de contribuição para a constituição de uma sociedade brasileira que se defina de forma mais precisa nos contextos de equidade, igualdade e justiça social, particularmente no que se refere à educação matemática.

Com o olhar da teoria histórico-cultural, o livro analisa os dramas e as tramas que envolvem o desenvolvimento da Educação Matemática nos

Anos Iniciais do Ensino Fundamental, destacando os limites e as possibilidades de transformação do cotidiano da escola básica.

Coerente com essas formulações, a pesquisa de doutorado que sustenta as ideias deste livro se valeu de instrumental metodológico apoiado em ampla pesquisa bibliográfica e análise documental, o que permitiu sólido referencial teórico para apoiar a geração, coleta e análise de dados a partir de observações de aulas, de acompanhamento do desenvolvimento de situações didáticas e de entrevistas com os docentes, propiciando sustentação efetiva para a configuração dos resultados.

O produto final da pesquisa que resultou no livro é teoricamente bem fundamentado e metodologicamente coerente, indicando perspectivas didático-pedagógicas para abordagem e encaminhamento dos problemas relativos à formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais e corroborando a riqueza pedagógica de um ambiente de escolarização inicial no qual o letramento matemático ocupa papel fundamental para a constituição do leitor capaz de abordar e compreender dados da realidade na qual se insere.

Por fim, a leitura do livro revela a sensibilidade de docentes que vivem o cotidiano escolar, nos impondo atenta reflexão e um mergulho profundo na percepção e na valorização da condição humana, dos saberes e da cultura na qual se estabelece, nos situando ante ao reconhecimento necessário da pluralidade de tempos, espaços e relações de formação docente, posta em contexto histórico, social e político no qual nos fazemos humanos, cognitivos, culturais e inconclusos.

E nos faz lembrar que quando se observa a defesa da educação sem política, se perde de vista a necessidade de políticas públicas efetivas para a Educação em geral e para a Educação Matemática, em particular,

resultando no trabalho pedagógico como algo destituído de cientificidade porquanto não permite pensar a condição humana e os limites e possibilidades para a sua transformação. A Matemática tem um papel fundamental nesse processo.

Finalizando, desejo uma excelente leitura, que possa servir de inspiração para novas investigações sobre ensino de Matemática, voltadas para a ressignificação das práticas de ensino dos professores que atuam na Educação Básica e para melhor delineamento processo de formação de professores nessa área de conhecimento, deveras fascinante, cuja expropriação nega às pessoas o direito inalienável à formação geral, integral ou *omnilateral*, enfim, a que melhor possa contribuir para a transformação da sociedade.

Prof. Dr. José Carlos Miguel
Departamento de Didática
Programa de Pós-Graduação em Educação
FFC, UNESP, Campus de Marília

INTRODUÇÃO

O presente trabalho situa-se no cenário educacional e preocupa-se com a prática pedagógica de professores no ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Para este estudo elegemos como *locus* de investigação a realidade de oito salas de aulas em duas escolas públicas municipais de Marília – SP. O estudo tem como questão de pesquisa: **Que práticas pedagógicas são evidenciadas no trabalho do professor que ensina a Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, considerando-se as implicações relacionadas à Resolução de Problemas?**

Investigar e analisar como se configuram as práticas pedagógicas de professores no ensino da Matemática nos anos escolares iniciais no contexto didático da Resolução de Problemas é o ***objetivo central*** deste trabalho. Em se tratando dos ***objetivos específicos*** temos os seguintes objetivos: investigar as estratégias e os recursos didáticos que os professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental utilizam para ensinar os conteúdos matemáticos na Resolução de problemas; investigar e analisar o que os professores dizem dominar em relação à Resolução de Problemas matemáticos e aos recursos didáticos empregados.

Para a realização da investigação convidamos para colaborarem com a pesquisa oito professores, que atuam no ensino da Matemática nos 4.º e 5.º anos do Ensino Fundamental, todos em atividade em duas escolas públicas da Rede Municipal de ensino focalizada. Os 4.º e 5.º anos do Ensino Fundamental são, essencialmente, fases de consolidação dos conhecimentos e das competências adquiridas nos três primeiros anos.

A justificativa para a relevância acadêmica e social desta investigação encontra-se na ideia de que, os resultados das avaliações nacionais e internacionais acerca da qualidade do ensino básico no Brasil têm dado destaque aos baixos índices obtidos com muita frequência, em relação à aprendizagem da Matemática. Nesta problemática, a prática do professor tem sido apontada como um dos fatores de tais resultados.

Na edição 2015 do PISA - *Programme for International Student Assessment*, avaliação trienal feita pela Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE), a área da Matemática foi onde o Brasil obteve pontuação mais baixa: o desempenho médio dos jovens brasileiros de 15 anos na avaliação da disciplina foi de 377, valor significativamente inferior à média dos estudantes dos países membros da OCDE. Considerando-se o nível de 1 a 6, 70% dos alunos do Brasil estão abaixo do nível 2 em Matemática. No ranking mundial o país ficou na 66.ª posição em Matemática; além disso, o desempenho dos estudantes brasileiros no Pisa 2015 foi estatisticamente menor do que na edição de 2012 (BRASIL, 2016).

Por sua vez, os dados do SAEB, a partir da Avaliação Nacional do Rendimento Escolar - ANRESC, conhecida como Prova Brasil, mostraram que entre 2005 e 2015, as proficiências médias em Matemática nacional evoluíram nos Anos Iniciais, de 182 para 219. Esse resultado inspira atenção, pois em uma escala de 1 a 10, o nível de proficiência é 4.

Também o Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (Saresp), aplicado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo com a finalidade de produzir um diagnóstico da situação da escolaridade básica paulista, evidenciou em 2016 uma queda nas médias em Matemática em relação a 2015. O 3.º ano do Ensino Fundamental de 216 caiu

para 201,8 pontos; o 5.º ano do Ensino Fundamental de 223,6 caiu para 222,4 pontos.

Para explicar a escolha e o interesse por esta pesquisa é pertinente reportar à minha trajetória pessoal, pois trata-se de dar continuidade às reflexões que venho realizando como pesquisadora e professora dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Durante a graduação em Pedagogia desenvolvi uma pesquisa com os professores que ensinam a Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, na qual investiguei como o professor compreendia e introduzia conceitos matemáticos por meio de jogos. No Mestrado em Educação debrucei-me sobre a formação do pedagogo e o ensino da Matemática e busquei os desafios enfrentados por este profissional para ensinar a Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Tanto os meus questionamentos como professora, quanto os na condição de pesquisadora sempre estiveram voltados para a busca de alternativas, que tornassem viáveis práticas que aperfeiçoassem o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Os resultados destes estudos revelaram, entre outros, que os desafios enfrentados pelos docentes pesquisados para ensinar a Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental se inserem em questões centradas, na formação do professor e na organização da escola, e têm, primordialmente, natureza pedagógica: a apropriação insuficiente dos conteúdos matemáticos a serem ensinados, a avaliação e a estratégia de ensino a serem adotadas no trabalho com classes bastante heterogêneas nos níveis de aprendizagem e o problema do déficit de aprendizagem dos alunos. Somem-se a isso as históricas dificuldades relativas às condições de trabalho do professor.

Estes fatores repercutem nos baixos índices das avaliações externas, que demonstram que as crianças não têm aprendido o que é esperado para esta etapa do ensino em Matemática. Daí a importância desta pesquisa que considera a realidade vivenciada na sala de aula, no que diz respeito à prática pedagógica no ensino da Matemática de professores, que atuam nos Anos Iniciais no contexto didático da Resolução de Problemas.

Esta análise é pertinente, pois a educação escolar não tem possibilitado às nossas crianças a apropriação dos conceitos científicos da Matemática significativos para o desenvolvimento do pensamento teórico.

O pensamento teórico é o tipo de pensamento presente nos conceitos científicos; ele permite acessar à essência dos objetos de conhecimento, pois o meio para alcançá-lo é buscar primeiro a essência do objeto (conteúdo), sua relação principal. O pensamento teórico orienta o homem nas relações gerais, permite-lhe deduzir delas diversas consequências particulares, não surge nem se desenvolve na vida cotidiana das pessoas, ele se desenvolve somente em uma tal instrução, cujos programas se baseiam na compreensão dialética do pensamento (DAVIDOV, 1988).

A pesquisa, de abordagem qualitativa/interpretativa, tomou como aporte teórico-metodológico da investigação autores como André (2012); Bogdan e Biklen (1994); Lüdke e André (1986); Triviños (2006). Para subsidiar a reflexão acerca da Teoria Histórico-Cultural recorremos a Vygotsky (1989a, 1989b, 1995, 2000, 2004, 2006); Leontiev (1978, 2006); Davidov (1988, 1999). Para auxiliar na discussão a respeito do ensino da Matemática apoiamos em autores como Brito (2006); Brocardo e Serrazina (2008); Chi e Glaser (1992); Dante (1988); Danyluk (2015); Duval (2012) Echeverría (1998); Echeverría e Pozo (1998); Imenes (1989); Kamii(1995); Lorenzato (1995, 2008); Mayer (1992); Moysés

(2001); Nacarato e Passos (2003); Nacarato et al. (2009); Onuchic (1999); Pais (1996); Pavanello (1993, 2004); Polya (1995); Pozo (1998). Smole et al (2014); Zabala (1998); Zunino (1995).

O estudo está ancorado na ideia de que a melhoria da qualidade do ensino da Matemática passa necessariamente pelo desvelamento da prática pedagógica de professores, no ensino da Matemática, no contexto da escola e pela formação teórico-metodológica nesta área do conhecimento. Vygotsky (1989a) deixa claro que não é qualquer ensino que promove o desenvolvimento dos escolares, uma correta organização do ensino efetivada por uma pessoa mais experiente – o professor. Sua prática pedagógica medeia as relações, que se estabelecem na sala de aula entre o aluno-professor-conhecimento matemático.

Várias terminologias são utilizadas por pesquisadores para definirem a atividade desenvolvida pelo professor em seu fazer pedagógico: prática pedagógica, prática docente, prática educativa, ação docente. Para Veiga (1992, p. 16) a prática pedagógica é "uma prática social orientada por objetivos, finalidades e conhecimentos, e inserida no contexto da prática social. A prática pedagógica é uma dimensão da prática social". Por sua vez, Gimeno Sacristán (1999) define a ação do professor como uma prática social, nomeada por ele de prática docente. A prática docente compreende o trabalho realizado por professores, no espaço da sala de aula e procede da relação professor/aluno como sujeitos reflexivos e transformadores.

Para Perrenoud (1993), a prática pedagógica é entendida como o conjunto de atividades, conscientes, realizadas pelo professor em contexto específico, a sala de aula, condicionadas pelo *habitus* do professor. Pimenta e Lima (2004), por sua vez, a considera como conjunto das atividades materiais orientadas e estruturadas, que os docentes realizam no coletivo

escolar. Trata-se da efetivação do ensino e da aprendizagem por parte dos professores e alunos envolvendo os conteúdos educativos, as habilidades e posturas científicas, sociais, afetivas e humanas.

Zabala (1998), adota o termo prática educativa que se traduz na ideia de ação educativa desenvolvida pelo professor, desde que haja o planejamento, a aplicação e a avaliação, da mesma em sala de aula. Libâneo (1994) explica que a prática educativa tem o mesmo significado de Educação, podendo ser exercida por professores em contexto escolares e não escolares.

Nesta obra adotamos a definição de prática pedagógica de Franco (2015). Para a autora,

> As práticas pedagógicas incluem desde planejar e sistematizar a dinâmica dos processos de aprendizagem até caminhar no meio de processos que ocorrem para além dela, de forma a garantir o ensino de conteúdos e de atividades que são considerados fundamentais para aquele estágio de formação do aluno, e, através desse processo, criar nos alunos mecanismos de mobilização de seus saberes anteriores construídos em outros espaços educativos (FRANCO, 2015, p. 608).

Embora a prática pedagógica tenha sido definida de diversas maneiras por estes pesquisadores, existe concordância entre eles de que a prática pedagógica está diretamente associada à ação do professor no contexto da sala de aula. Assim sendo, neste estudo as terminologias supracitadas serão tratadas indistintamente como um conjunto de atividades orientadas, que os professores realizam no âmbito escolar com vistas à consolidação do ensino e da aprendizagem. Considerando que o objeto deste estudo é a prática pedagógica de professores no ensino da Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e que, de maneira

geral esta prática é muito abrangente, tomamos a Resolução de Problemas como um subconjunto importante desta prática. Assim, aqui investigamos a prática pedagógica no contexto didático da Resolução de Problemas.

Ao planejar a observação das situações didáticas nas salas de aula, num primeiro momento pensamos em organizar a pesquisa de acordo com os eixos da Matemática, contemplados na Proposta Curricular da Secretaria Municipal de Educação de Marília - SP, quais sejam: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação, considerando a articulação entre eles, porém no delineamento da pesquisa, a geração dos dados confluiu, majoritariamente, para a Resolução de Problemas de Números e Operações, visto que esse assunto foi o mais recorrente nas aulas dos professores colaboradores deste estudo. Se Números e operações ocupou destaque na análise dos dados por este motivo, o contrário ocorreu com a Geometria, pois foi a sua ausência nas aulas que lhe conferiu especial atenção nas análises apresentadas no capítulo 6 deste livro.

O movimento da pesquisa também suscitou outras variáveis que incidem na Prática Pedagógica no ensino da Matemática, delimitadas no Discurso dos professores, que são apresentadas no capítulo 7. Vale dizer que os capítulos de análise 6 e 7 se relacionam na medida em que o trabalho com a Resolução de Problemas perpassa a compreensão que o professor tem dos programas de ensino para a Matemática, dos materiais didáticos e do sentido que atribui ao ensino dessa área do conhecimento.

Assim, organizamos este livro em sete capítulos. No primeiro capítulo, discutimos e justificamos as opções teórico-metodológicas; apresentamos ainda o cenário de investigação, os caminhos e os instrumentos de coleta de dados, bem como os sujeitos colaboradores da pesquisa.

No segundo capítulo trazemos um breve panorama da produção científica sobre a prática pedagógica e a Resolução de Problemas no ensino da Matemática a partir de Anais do ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática e SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, disponibilizados no site da Sede Nacional da SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática, na categoria Comunicação Científica.

No terceiro capítulo, delineamos a perspectiva metodológica da Resolução de Problemas; a negociação de significados com implicações para o estabelecimento da relação conteúdo-forma; a constituição de ambientes de aprendizagem; os materiais curriculares; a seleção e utilização dos recursos didáticos; a avaliação; as relações interativas (professor-aluno-conhecimento matemático, aluno-aluno-conhecimento matemático); o tempo e o espaço de desenvolvimento destas ações e algumas contribuições da psicologia cognitiva para a Resolução Problemas.

No quarto capítulo tecemos algumas considerações teóricas sobre Números e Operações, dando ênfase num primeiro momento para Alfabetização Matemática e depois para o ensino das operações aritméticas básicas. Apresentamos também importantes ideias sobre o Sentido do Número.

No quinto capítulo apresentamos um aporte teórico sobre a Geometria; o abandono de seu ensino e formação do pensamento geométrico.

As discussões realizadas no sexto e no sétimo capítulo giram em torno da análise das informações geradas durante o período de coleta de dados.

No sexto capítulo apresentamos as análises das práticas pedagógicas do professor no ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e a Resolução de Problemas, considerando as situações didáticas coletadas durante a observação. Estas análises estão dispostas nos seguintes eixos: **A prática pedagógica na Resolução de Problemas sobre Números e Operações; A prática pedagógica na Resolução de Problemas de Geometria; As implicações das avaliações externas em larga escala na prática pedagógica com a Resolução de Problemas Matemáticos; A prática pedagógica e a formação de conceitos matemáticos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.**

No sétimo capítulo apresentamos as análises do discurso pedagógico dos professores colaboradores desta pesquisa, coletados por meio de entrevistas. Esses dados estão organizados e apresentados nos eixos: **A) O papel da Matemática nos programas de Ensino Fundamental**; **B) A relação concreto-abstrato face aos recursos didáticos utilizados; C) Jogos e atividades lúdicas no ensino de Matemática; D) Uso das tecnologias para ensinar Matemática; E) Dificuldades apontadas para ensinar e aprender Matemática.**

Todo o desenvolvimento destes capítulos está permeado pelo diálogo em torno das práticas pedagógicas que se evidenciam no trabalho do professor, que ensina a Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, considerando-se as implicações relacionadas à Resolução de Problemas.

Os resultados desta investigação apontam para os seguintes âmbitos que constituem a nossa tese: o rompimento com uma prática pedagógica inteiramente apoiada nas técnicas operatórias repetitivas e sem significados em favor de uma prática que considere o Sentido de Número e outras possibilidades de cálculo (estimativas e aproximações); um ensino

embasado na perspectiva metodológica da Resolução de Problemas que considere a Matemática como componente de alfabetização, potencializando assim a interdisciplinaridade no planejamento e execução das ações nas aulas de Matemática; desenvolvimento da criatividade do aluno na Resolução de Problemas com vistas à produção de uma diversidade de representações para o mesmo problema; criação de um ambiente de sala de aula que possibilite a comunicação das ideias e das heurísticas desenvolvidas pelos alunos; realização de registros que de fato mostre o caminho percorrido na solução do problema e avance para a produção da escrita em seus diversos gêneros textuais.

Opção Metodológica

Ao iniciar o doutorado com a finalidade de estudar a prática pedagógica de professores que ensinam a Matemática nos Anos Iniciais deparamo-nos com a necessidade de empregarmos uma metodologia de pesquisa que fosse capaz de possibilitar a análise do fenômeno de maneira global.

Nesse sentido compreendendo como Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 4) que "os educadores matemáticos desenvolvem pesquisas utilizando métodos interpretativos e analíticos das Ciências Sociais e Humanas", realizamos esta pesquisa mediante uma abordagem qualitativa/interpretativa. Esta investigação caracterizou-se por mapeamento bibliográfico, análise de documentos, aplicação de questionários, observação, entrevista com os professores, transcrição dos dados, elaboração de categorias (eixos), análise dos dados e, por fim, a redação da obra.

Durante a realização da pesquisa algumas questões teóricas surgiram de maneira bem imediata, enquanto outras foram aparecendo no decorrer do trabalho de campo. No primeiro semestre de 2014 iniciamos o estudo teórico que buscou os fundamentos e as implicações pedagógicas da Teoria Histórico-Cultural para o trabalho educativo. A apropriação do conhecimento se deu por meio de intensas leituras das obras de Vigotsky e seus colaboradores; participação em disciplinas oferecidas pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdades de Filosofia e Ciências da UNESP, Campus de Marília; inserção nos debates do Grupo de Pesquisa "Implicações Pedagógicas da Teoria Histórico-Cultural"; participação em eventos, sobretudo, em congressos sobre a Teoria Histórico-Cultural e jornadas organizadas pelo do Núcleo de Ensino da Unesp de Marília, sempre buscando pensar como este aporte teórico poderia ajudar a pensar a realidade da prática pedagógica de professores no ensino da Matemática em salas de aula dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Como a pesquisa almejava analisar aspectos relacionados à prática pedagógica de professores no que concerne ao ensino desta disciplina nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, buscamos fundamentos em autores que se debruçam sobre esta temática, sobretudo, aqueles que estudam a Educação Matemática. Este procedimento estendeu por todo o processo de desenvolvimento da pesquisa.

De um modo geral, pesquisas de cunho qualitativo exigem a realização de um trabalho empírico – um trabalho de campo. Nestes casos, a definição dos instrumentos de coleta de dados e os critérios para a seleção dos sujeitos que constituirão o universo de investigação são primordiais, pois suas informações permitem construir a análise e chegar à compreensão mais ampla do problema delineado. Como a pesquisa se interessou pela prática de professores no contexto da escola ainda no primeiro semestre de

2014 solicitamos autorização à Secretaria Municipal, mantenedora das escolas, que prontamente nos concedeu, mas explicitou que a decisão final caberia à direção das escolas e dos professores.

Assim, solicitamos a autorização de algumas escolas, porém apenas duas instituições deram retorno positivo. A estas escolas encaminhamos via direção um pedido de autorização aos professores para a sua participação na pesquisa. Em uma das escolas realizamos uma explanação coletiva aos professores e coordenadores do que seria a pesquisa, a fim de obter a aceitação de parte de um grupo de professores. Já na outra escola, alguns professores aceitaram participar a partir das informações repassadas pela coordenação pedagógica da escola. Tanto na Secretaria de Educação quanto nas escolas a ideia da pesquisa foi bem aceita, dada a importância que o ensino da Matemática tem ocupado no cenário nacional e nos instrumentos de avaliação em larga escala e, sobretudo, pela credibilidade que a UNESP tem conquistado ao longo dos anos no desenvolvimento de estudos científicos em nível de pós-graduação.

Tendo em vista que o foco da pesquisa é o de analisar como se configuram as práticas pedagógicas de professores que ensinam a Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, envolvendo o trabalho com a Resolução de Problemas, no contexto da escola, recorremos a quatro instrumentos de coleta de dados: a *análise de documentos*, especificamente a proposta curricular, o registro do planejamento e o Projeto Político Pedagógico da escola; o *questionário*, no qual se indagou a respeito de dados pessoais dos professores, sujeitos da pesquisa; a *observação*, pela qual se obteve maior clareza do fenômeno investigado, porque permitiu apreendê-lo de diferentes visões; e, por fim, a *entrevista* semiestruturada buscou nos depoimentos dos professores selecionados

para o estudo, elementos que serviram de subsídios à análise do que é subentendido nesta questão de pesquisa.

A parte empírica da pesquisa foi realizada já no início do segundo semestre de 2014. Esta urgência se deu devido aos rumores de possibilidade de greve dos servidores municipais, fato que comprometeria o cumprimento da pesquisa dentro do prazo planejado. A greve acabou ocorrendo no primeiro semestre de 2015. A coleta de documentos ocorreu durante o semestre supracitado em que estivemos nas escolas.

Antes de começar a observação, recorremos à **análise documental,** conforme propõem Lüdke e André (1986), para obter informações a respeito da *proposta curricular* adotada pela Rede Municipal de Ensino onde atuam os sujeitos investigados - o conteúdo matemático e os descritores a serem trabalhados nos 4.º e 5.º anos do Ensino Fundamental; do *registro do planejamento* dos conteúdos e metodologia elaborado pelos professores (caderno de planejamento - Semanários); do *Projeto Político Pedagógico da escola* - a caracterização das duas escolas onde foram realizadas as observações. Tratamos tão somente de buscar neles informações que fossem interessantes para a análise da prática pedagógica dos sujeitos da pesquisa.

A coordenação pedagógica das duas escolas disponibilizou a Proposta Curricular e as Expectativas de Aprendizagem planejadas para o 4.º e 5.º ano, conforme anexo A, bem como o Projeto Político Pedagógico da escola e seus adendos. Também os professores semanalmente enviaram, via *e-mail*, os Semanários que continham as atividades a serem desenvolvidas a cada semana de observação. Vale dizer que os professores já tinham a obrigação de entregá-los todas as segundas-feiras à coordenadora pedagógica para sua supervisão, daí a facilidade com que tivemos acesso a eles. O trabalho da coordenadora residia, sobretudo, em

acompanhar como estava sendo proposta a abordagem dos conteúdos para atender às Expectativas de Aprendizagem direcionadas pela Secretaria Municipal de Educação.

Entre outras contribuições, a análise documental possibilitou realizar a caracterização das duas escolas onde realizamos a observação das aulas dos professores colaboradores da pesquisa. Assim, antes de avançar na descrição do percurso metodológico da pesquisa apresentamos aqui a caracterização das escolas, omitindo-se, por questões éticas, o nome real de cada escola. Nomeamos, portanto, a primeira como **Escola M** e a segunda como **Escola C**.

A **Escola M** está localizada na zona urbana; embora funcione desde 1977, somente em 1997 passou a pertencer à Rede Municipal de ensino, até então pertencia à Rede Estadual. Atua na modalidade de Ensino Fundamental, especificamente nos Anos Iniciais de 1.º ao 5.º Ano. Em 2014, no início desta pesquisa, a escola atendia aproximadamente 431 alunos, matriculados nos dois turnos de funcionamento (manhã e tarde), destes, 77 matriculados no 4.º ano e 81 no 5.º ano; no turno da manhã nove turmas e no turno da tarde dez. Neste ano letivo, seu corpo docente era composto por 26 professores (com exceção de quatro professores, todos os demais são licenciados em Pedagogia); 13 funcionários especialistas de Educação e apoio escolar, neste grupo: uma diretora, uma vice-diretora, uma coordenadora pedagógica, e um auxiliar de informática.

Quanto à estrutura física, trata-se de uma escola antiga e de pequeno porte, algumas salas são amplas, outras não. Isso é confirmado nesta pesquisa, pois a sala onde ocorreu a observação da prática pedagógica, da Professora TAP, constitui-se numa sala pequena ocasionando uma superlotação de alunos, não havendo espaço para a professora circular entre as carteiras. As salas são equipadas com carteiras e cadeiras apropriadas,

quadro negro. A escola possui quatro banheiros, dez salas de aula, um laboratório de informática, uma biblioteca/sala de vídeo, uma cozinha com alguns equipamentos e utensílios necessários; além disso, dispõe de salas administrativas (secretaria, sala da direção, coordenação, dois almoxarifados, uma sala de professores); uma área coberta para realização de atividades tais como: acolhida, prática de Educação Física, prática de leitura, jogos e brincadeiras. Nesta mesma área estão as mesas onde as crianças realizam as refeições.

De acordo com Projeto Político Pedagógico a acústica da escola é péssima e tudo o que acontece no pátio se amplia para as salas de aula, visto que as mesmas foram construídas ao redor do pátio. Durante a pesquisa foi possível ver que a unidade conta com uma praça pública localizada em frente da escola, para realizar algumas atividades.

Para o desenvolvimento do trabalho pedagógico a escola disponibiliza um projetor multimídia, dois televisores, 23 computadores, um notebook e internet, acervo bibliográfico, aparelho de som, dois DVDs, oito rádios gravadores, caixa de som 2x1, uma filmadora, uma parabólica, um retroprojetor, um scanner. Especificamente para o ensino da Matemática, a escola também oferece materiais didáticos: 36 ábacos; 19 sequências lógicas; 17 dominós de subtração; 15 dominós de adição; 18 dominós de divisão; 15 dominós de multiplicação; 33 ábacos de bolinha; três relógios didáticos; quatro jogos da memória combinando números e quantidade; 13 blocos lógicos, seis escalas de Cuisenaire; 13 jogos de xadrez; sete jogos de dominó preto; seis jogos de dominó cinza; dez jogos de barras e medidas; oito jogos de fração; um jogo Loto Aritmético; cinco caixas de material dourado e nove jogos de dama.

Com relação ao planejamento e gestão escolar, a escola faz sistematicamente reuniões com pais, alunos e profissionais da Educação

para discussões a respeito do Projeto Político Pedagógico. Às quintas-feiras a escola realiza a Hora de Estudo em Conjunto-HEC, sendo das 9h às 11h no turno matutino e das 13h às 15h no vespertino. Estas horas são destinadas ao estudo teórico-prático do corpo docente, com a finalidade de aperfeiçoamento profissional e Formação Continuada, em que se busca coletivamente a solução de problemas e superação de dificuldades de natureza pedagógica da realidade escolar.

A concepção pedagógica adotada no Projeto Político Pedagógico desta instituição é embasada na Teoria Histórico-Cultural e nos quatro pilares da Educação: Aprender a conhecer, a fazer, a ser e a conviver. A prática pedagógica se baseia na máxima vigotskiana *O único bom ensino é aquele que se adianta ao desenvolvimento* e considera o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal dos estudantes. Seu marco doutrinal adota a perspectiva de que o desenvolvimento humano ocorre a partir das relações sociais que a pessoa estabelece no decorrer da vida. O processo de ensino aprendizagem se realiza nos diversos espaços e a sala de aula é o local onde o professor age como mediador na construção de conhecimentos.

Os alunos são, em sua maior parte, oriundos de famílias com pouca instrução formal, situação financeira precária, com mais da metade dos alunos morando em casas que não são próprias. Algumas crianças vivem em situação de risco, excluídas pela própria família, devido à violência doméstica e uso de drogas em seu entorno.

Quanto às atitudes em sala de aula, o Projeto Político Pedagógico da Escola M evidencia problemas de indisciplina, desrespeito entre colegas, desatenção e desinteresse. Para tentar resolver estes problemas, a escola usa de todos os meios que se dispõe, como por exemplo, a abordagem por meio de projetos.

A **Escola C** também faz parte da Rede Pública Municipal de Ensino de Marília - SP; foi criada em 2004 e trabalha com as modalidades Educação Infantil e Ensino Fundamental atendendo respectivamente: Infantil I e II e Ensino Fundamental; 1.º ao 5.º ano. Inserida em um bairro próximo ao Centro Urbano. Em 2014 a escola atendia toda a demanda escolar do Ensino Fundamental do bairro e também recebia alunos de outros 13 bairros e da zona rural. Cerca de 80% dos alunos da escola utilizavam o transporte escolar da prefeitura para ter acesso à escola. Essa questão é apontada no Projeto Educativo da escola como um fator que entrava o trabalho pedagógico, pois resulta na inexistência do apoio pedagógico a esses alunos no turno contrário.

Durante a observação realizada nas salas de aula também foi possível perceber que, por muitas vezes, a aula era interrompida ou o trabalho se encerrava antes do horário de término da aula, para que os alunos, a maioria, se retirasse da sala, pois eles precisavam estar na frente da escola para se organizar e entrar nos ônibus.

Para funcionar em dois turnos, manhã e tarde, em 2014, a escola contava com 22 professores, com exceção de um, todos eram formados em Pedagogia, e com 20 funcionários trabalhando em outros quatro núcleos (direção, técnico pedagógico, administrativo e operacional). Para os professores que lecionavam no período matutino, o Horário de Estudos em Conjunto - HEC ocorria das 13h às 15h, e para aqueles que lecionavam à tarde, das 9h30 às 11h30.

A Escola C está estruturada para o Ensino Fundamental com sete salas amplas, bem iluminadas e arejadas, com mobiliários adequados à faixa etária; dispõe-se de uma biblioteca com acervos de literatura e enciclopédias, jogos didáticos e pedagógicos; um laboratório de Informática; um refeitório; um pátio coberto; banheiros masculinos e

femininos para alunos, para professores e funcionários e uma quadra de esporte coberta; além disso, para a Educação Infantil conta com duas salas de aula amplas e bem iluminadas, com mobiliário adequado à faixa etária; um quiosque; um tanque de areia coberto; banheiros masculinos e femininos para os alunos; e *playground.*

Em 2014, a escola atendeu o Ensino Fundamental com 403 alunos de 1.º ao 5.º ano, sendo 76 matriculados no 4.º ano e 91 no 5.º ano, funcionando das 7h às 12h e das 12h30 às 17h30. Para esta modalidade a escola garante 25 horas/aulas de carga horária semanal para cada série/ano, que no 4.º e 5.º ano, interesse desta pesquisa, são assim distribuídas: 7h de Língua Portuguesa, 2h de História, 2h de Geografia, 7h de Matemática, 2h de Ciências, 2h de Educação Física, 2h de Arte, 1 h de Informática e mais 1h de Ensino Religioso de matrícula facultativa.

Para o apoio ao desenvolvimento das ações pedagógicas, a escola conta com vários materiais, entre outros: uma antena parabólica, dois aparelhos de som, dois aparelhos de DVDs, três câmaras fotográficas, duas CDTECA, 24 computadores, 20 fitas cassetes diversas, três fitas de vídeo educativas, sete globos terrestre, cinco impressoras, um scanner, três retroprojetores, uma tela para retroprojetor, dois televisores, um palco de fantoche. Especificamente para o trabalho com a Matemática: uma balança, dez barras e medidas, quatro blocos lógicos, três escalas Cuisenaire grandes e cinco pequenas, três jogos Loto Aritmética, 18 jogos de material dourado, nove réguas de frações, 106 jogos de xadrez maleta, 18 jogos de xadrez madeira, 17 dominós da divisão, 17 dominós da multiplicação, 16 dominós da subtração, 17 dominós da adição, 24 sequencias lógico diversas, dez ábacos, 14 jogos de tangram, quatro calculadoras, três jogos de fração de borracha, seis jogos de dominó tradicional.

Sobre o redimento escolar, em 2013, cerca de 97% dos alunos do 3.º ano e 99% dos alunos do 4.º ano foram considerados alfabetizados; 100% foram promovidos para a próxima série. Esta informação é pertinente, pois diz respeito à maioria dos alunos atendidos em 2014, nos 4.º e 5.º anos, pelos professores colaboradores da pesquisa.

Feita a caracterização das escolas, prosseguimos aqui com a descrição dos procedimentos metodológicos adotados nesta pesquisa. Foi utilizado **o questionário** para obter informações relevantes sobre os oito professores que atuam no ensino da Matemática em turmas do 4.º e 5.º ano do Ensino Fundamental, que aceitaram participar do estudo. Indagou-se sobre sua formação, o tempo total de magistério, o tempo de magistério com o 4.º e 5.º ano, a carga horária, o regime de trabalho. O questionário foi enviado por e-mail e prontamente respondidos pelos professores.

Essa prontidão se deu devido à nossa presença nos ambientes de trabalho dos professores – sala de aula, sala dos professores, onde era possível, informalmente, conversamos sobre alguns pontos que necessitavam de melhor esclarecimento visto que o questionário enquanto técnica de pesquisa dificulta o auxílio ao informante quando este não compreende corretamente as perguntas.

Feito isso, dedicamo-nos ao planejamento da **observação** que se consistiu em definir "o quê", "quantas vezes" e "o como", enfim, investigar o problema. Definimos então que o foco da observação estaria em identificar o que fazem e o que sabem os professores, no que diz respeito à organização do trabalho pedagógico no ensino da Matemática: a transposição didática com implicações para o estabelecimento da relação conteúdo-forma; a constituição de ambientes de aprendizagem, os materiais curriculares, a seleção e utilização dos recursos didáticos, a avaliação, as relações interativas (professor-aluno-conhecimento

matemático, aluno-aluno-conhecimento matemático) e o tempo e o espaço de desenvolvimento destas ações, uma vez que segundo Lüdke e André (1986, p. 30) os focos de observação nas abordagens qualitativas de pesquisa são determinados basicamente pelos propósitos específicos do estudo, que por sua vez derivam de um quadro teórico geral, traçado pelo pesquisador.

Ainda antes de começar a observação, visitamos as escolas e conversamos com cada professor, esclarecendo como seria a pesquisa e, principalmente, a observação a fim de minimizar o estranhamento e estreitar o relacionamento, nos fazendo de alguém em quem poderiam confiar sua maneira de ensinar. Nesta ocasião, organizamos juntamente com os professores o cronograma (dias e horários) das observações das aulas. Assim, durante o segundo semestre de 2014, de 04 de agosto a 01 de dezembro, nos períodos matutino e vespertino, observamos a prática pedagógica no ensino da Matemática, de oito professores, em oito salas de aula, sendo quatro salas de 4.º ano e quatro de 5.º ano, de duas escolas públicas municipais. A carga horária total destinada foi de 240 horas, sendo 30 horas para cada turma. Realizamos observações sistemáticas e intensivas, procurando manter um comportamento amistoso com os professores e não deixando de conversar sobre a pesquisa e sobre os acontecimentos da sala de aula - as maneiras de ensinar, os desafios, as angústias - sempre que solicitados.

Quanto a nossa participação no processo de observação, a escolha foi feita dentro de um *continuum*, iniciamos o trabalho como observadores não participantes e fomos gradualmente nos tornando participantes, à medida que fomos sendo reconhecidos pelos sujeitos da pesquisa não somente como pesquisadores de pós-graduação, mas também como professores profissionais que, como eles, atuam em escolas públicas

ensinando a Matemática para crianças dos Anos Iniciais. Assim sendo éramos sempre solicitados pelos professores para juntos refletirmos sobre alguns aspectos do conteúdo ou para ajudarmos os alunos no desenvolvimento das atividades.

Por muitas vezes, alguns dos professores dirigiam-se nós e apresentavam suas dúvidas, desejando dirimi-las. Isso era compartilhado entre mim na condição de pesquisadora e o orientador da pesquisa, que prontamente se colocava à disposição para auxiliar. Este movimento exigiu de nós certa habilidade, pois na condição de também cooperadores teríamos que ter o cuidado de não perdermos de vista a finalidade do estudo.

Assim, na coleta de dados consideramos as importantes dimensões inseridas no contexto escolar, que incidem sobre o trabalho de ensinar e aprender a Matemática: institucional ou organizacional, a instrucional ou pedagógica e a sociopolítica/cultural (ANDRÉ, 2012).

A princípio a ideia era de que os registros das observações seriam feitos, de maneira discreta, como orientam Bogdan e Biklen (1994), por meio de anotações escritas, apontamentos sucintos e breves notas que ajudariam a relembrar o que foi observado e possibilitaram a ampliação desses comentários. Contudo, a relação de confiança estabelecida entre professores e pesquisadores levou os sujeitos a permitir que muitas de suas ações pedagógicas fossem também fotografadas e alguns cadernos de alunos fossem disponibilizados.

Assim, o vivido durante as observações foi registrado em caderno de campo; em fotografias do que foi desenvolvido na lousa, nos cadernos dos alunos e nas avaliações. Esta relação de confiabilidade resultou em

conversas informais entre professores e pesquisadores sobre o ensino da Matemática, sobretudo, durante as aulas.

De modo geral, fomos bem recebidos pelos professores que se dispuseram a contribuir com a pesquisa. A nossa presença na escola C, na condição de pesquisadores não provocou nos professores e alunos estranhamento porque, segundo os sujeitos da pesquisa, já fazia parte da rotina da escola, receber, durante todo o ano letivo, estagiários de cursos de Pedagogia e pesquisadores. Assim a reação das crianças à nossa presença num primeiro momento era apenas de curiosidade e depois de alguém que estava ali para auxiliá-los. Isso não ocorreu na escola M, que não era tão procurada para estágios e pesquisas. Apesar de sermos bem recebidos pela diretora e pela coordenadora pedagógica, foi possível perceber que a nossa presença, num primeiro momento, incomodou as duas primeiras professoras observadas, que se mostraram preocupadas com o que seria registrado, o que não ocorreu com as outras duas professoras observadas posteriormente, pois a nossa presença na escola já tinha se tornado "natural".

A reação das crianças era de timidez, agitação e certa curiosidade, pois não estavam acostumadas a terem na sala de aula a presença de pesquisadores e assim não nos viam como possibilidade de auxílio. Com o passar dos dias, essa situação foi significativamente minimizada e essa presença não pareceu afetá-las mais, contudo, as conversas e o foco centraram-se mesmo no trabalho do professor, pois as crianças não nos viam como alguém que estava ali para auxiliá-lo em suas atividades. Quanto às professoras, as deixamos mais à vontade, à medida em que compartilhamos nossa vivência diária como atuais professores, mostrando que também pertencemos ao grupo social de professores que ensinam a Matemática no contexto da sala de aula de escolas públicas. Nesse sentido,

apesar das reações constatadas, nossa presença não causou mudanças expressivas na dinâmica das aulas observadas, nem na prática pedagógica dos professores ou na atitude das crianças. Assim concluímos como Guba e Lincon (1981 apud LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 27) que "os ambientes sociais são relativamente estáveis, de modo que a presença de um observador dificilmente causará as mudanças que os pesquisadores procuram tanto evitar.

Houve alguns problemas em relação ao cumprimento da carga horária destinada à observação devido: ao trabalho de preparação dos alunos para as avaliações externas em larga escala do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de Marília (SAREM) e do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) de Língua Portuguesa; questões relacionadas ao abono (pois os professores têm o direito à falta); realização de projetos com o foco em outras disciplinas, confecção de material para exposição, bem como ensaios para apresentação artística e, por um professor dar a preferência ao trabalho com outras disciplinas (Ciências e Língua Portuguesa) em detrimento da Matemática. O problema não residiu em o professor priorizar o trabalho com Ciências e Língua Portuguesa, pois tanto o ensino de uma como da outra podem contribuir para a formação de conceitos matemáticos, mas, sim, na ausência do conteúdo matemático nestas aulas que, segundo, a programação da escola, deveriam ser destinadas à Matemática, o que restringiu, de certa forma, o nosso acesso à prática pedagógica deste professor no ensino da Matemática. Vale dizer, que neste estudo não se defende um ensino fragmentado disciplinarmente, que considere a Matemática mais importante para a formação do sujeito do que os conhecimentos de outras áreas, ao contrário, entendemos que a Matemática deve ser trabalhada considerando a articulação com as outras

disciplinas e dentro dela mesma. Compreendemos a Matemática como componente de alfabetização, isto é, sem ela os processos de leitura e de escrita não se consolidam.

Na Escola M tivemos uma melhor aproximação da coordenação e percebemos o acompanhamento mais de perto da coordenadora pedagógica, que mesmo se sentindo com muitas tarefas relacionadas as exigências da Secretaria de Educação (SAREM, preparação de material para a formação Matemática a serem compartilhadas com as coordenadoras de outras escolas) encontrava tempo para verificar o semanário das professoras observadas e dar algumas orientações e sugestões. Houve interesse em que contribuíssemos com a Formação Continuada de Professores desenvolvidas durante a Hora de Estudo em Conjunto-HEC, o que ocorreu pela realização de duas palestras no mês de novembro.

Na Escola C o nosso contato com a coordenação pedagógica foi distante, não sendo possível perceber a dinâmica do trabalho, pois a coordenadora estava apenas substituindo a coordenadora titular, mesmo assim se mostrou interessada em contribuir, contudo, não tivemos conversas sobre o seu trabalho, não houve interesse em nossa contribuição para com a Formação Continuada de Professores. Tivemos apenas um momento de conversa com a direção e coordenação motivada pela preocupação de ambas sobre o que seria registrado no relatório da pesquisa sobre um projeto, que estava sendo desenvolvido pelos professores nas turmas pesquisadas, que focalizavam outras áreas do conhecimento em detrimento da Matemática. Devido a execução deste projeto, por uma semana, em uma das turmas não foi possível observar o trabalho com a Matemática porque a professora estava muito ocupada com as atividades

do projeto. Nesta conversa, coordenadora e diretora, deixaram claro que a escola vai bem no ensino de Matemática.

A **entrevista** semiestruturada foi realizada com os professores e gravada em áudio e posteriormente transcrita. Com o emprego deste instrumento objetivamos compreender as práticas pedagógicas evidenciadas no trabalho do professor que ensina a Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental relacionadas à Resolução de Problemas. Levamos em conta o fato de que esta técnica "permite a captação imediata e corrente da informação desejada, praticamente com qualquer tipo de informante e sobre os mais variados tópicos (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 34).

A entrevista teve um roteiro pré-elaborado, igualmente para todos os sujeitos, a partir dos objetivos da pesquisa, da observação realizada na sala de aula e foi permeada pela postura teórica, pelos valores e pela visão de mundo dos pesquisadores (ANDRÉ, 2012). Por meio deste instrumento, fizemos perguntas adicionais para melhor compreender o assunto abordado. As perguntas acrescentadas exploraram questões relacionadas ao uso de materiais didáticos, ao cálculo mental, ao uso de panfletos e folders no ensino da Matemática, disponíveis no comércio da cidade, à busca do sentido do conteúdo estudado, à produção de textos em ambientes matemáticos, aos descritores e participação dos professores na sua elaboração. Aplicamos as entrevistas individualmente, em ambiente e horário previamente combinados com os colaboradores do estudo, que preferiram falar na escola em que trabalhavam, pois compreendiam que a pesquisa sobre sua prática pedagógica faz parte do trabalho docente.

Assim buscamos na escola um espaço que fosse favorável à realização das entrevistas. Algumas ocorreram na biblioteca, outras na sala de informática, outras na própria sala de aula enquanto os alunos

participavam da aula de Educação Física. Em uma das escolas, tivemos que mudar de sala duas vezes, devido à falta de espaço para realizar a entrevista com uma das professoras.

Tanto na observação realizada durante as aulas quanto nas entrevistas, consideramos o princípio da sensibilidade. Para André (2012, p. 61) "O uso da sensibilidade na fase da coleta significa, por um lado, saber ver mais do que o óbvio, o aparente. Significa tentar capturar o sentido dos gestos, das expressões não verbais, das cores, dos sons". Assim, durante a pesquisa a interação com os professores nas aulas, os comentários e as nossas conversas particulares também foram ponderadas.

Este olhar atento mostrou, por exemplo, o quanto as avaliações externas em larga escala, especificamente o SAREM e o SARESP modificaram a rotina das aulas observadas, que se tornaram lugar de intensos treinamentos, causando nervosismos, ansiedades, medos e frustrações em alunos e professores, devido à necessidade de obterem bons resultados, visto que estas avaliações sinalizam para uma preocupação com os resultados e não com os processos educacionais (SOUZA, 2014). Esta situação peculiar sinalizou que temática das avaliações externas deveria ser abordada nas entrevistas.

Os dados gerados na observação das situações didáticas foram organizados nos seguintes eixos: **A prática pedagógica na Resolução de Problemas sobre Números e Operações; A prática pedagógica na Resolução de Problemas de Geometria; As implicações das avaliações externas em larga escala na prática pedagógica com a Resolução de Problemas Matemáticos; A prática pedagógica e a formação de conceitos matemáticos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.**

Os dados gerados no Discurso dos professores foram assim organizados: A) O papel da Matemática nos programas de Ensino

Fundamental; B) A relação concreto-abstrato face aos recursos didáticos utilizados; C) Jogos e atividades lúdicas no ensino de Matemática; D) Uso das tecnologias para ensinar Matemática; E) Dificuldades apontadas para ensinar e aprender Matemática.

UM BREVE PANORAMA DA PRODUÇÃO CIENTÍFICA SOBRE A PRÁTICA PEDAGÓGICA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

O interesse em estudar a prática pedagógica de professores no ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, no contexto didático da Resolução de Problemas nos levou a realizar um mapeamento da produção de conhecimento nesta temática, nos Anais do ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática e SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, disponibilizados no site da Sede Nacional da SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática, na categoria Comunicação Científica. Esse recorte se justifica por ser estes eventos, encontros bastante representativos da atividade científica em Educação Matemática.

O período considerado foi de 2009 a 2016, sendo que o recurso de busca utilizado se deu por assunto. Num primeiro momento buscamos por "práticas" e "práticas pedagógicas" e, posteriormente, "resolução" a fim de encontrarmos nos resumos dos trabalhos aqueles que contemplassem a Resolução de Problemas aritméticos nos Anos Iniciais. A finalidade foi buscar trabalhos que tratassem conjuntamente da prática pedagógica e da Resolução de Problemas matemáticos aritméticos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Para isso selecionamos seis edições: IV SIPEM (2009), V SIPEM (2012), VI SIPEM (2015), X ENEM (2010), XI ENEM (2013), XII ENEM (2016).

Com essa busca, encontramos 55 títulos de artigos que continham a palavra 'práticas'. Dentre esses, fizemos um recorte buscando artigos relacionados às 'práticas pedagógicas', tendo sido encontrados sete artigos. Destes sete trabalhos, dois dizem respeito à prática pedagógica de professores que ensinam a Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental; um trata da prática pedagógica na Educação Infantil; um é sobre a prática pedagógica de licenciados em Matemática com foco na Educação Inclusiva de Surdos; um analisa práticas pedagógicas do ensino de Matemática no contexto da Educação no/do Campo e não especifica a fase de escolaridade em que se desenvolve a pesquisa, pois trata-se de uma pesquisa em fase inicial; um trata da prática pedagógica do professor do Ensino Médio no ensino de funções; e por fim, um analisa as contribuições das pesquisas e das práticas pedagógicas considerando os jogos computacionais e a Educação Matemática, e parece fazer essa discussão considerando as possibilidades desta ferramenta ao longo dos Anos Iniciais e Finais.

Tabela 1 - Comunicações científicas sobre "práticas pedagógicas"

TÍTULO	AUTOR	INSTITUIÇÃO	EVENTO
Formatos de produção de saberes experienciais na interface com as práticas pedagógicas de professores de Matemática	CALAÇA, N. A. A.	FACEMA – Caxias/MA	X ENEM 2010
A relação entre materiais curriculares e as práticas pedagógicas nas aulas de Matemática	QUISBERT, S. Q.	Secretaria Municipal de São Paulo	XII ENEM 2016

Educação Matemática na infância: práticas pedagógicas de um grupo de professoras da Educação Infantil	AZEVEDO, P.D.	UFSCar - Universidade Federal de São Carlos	XI ENEM 2013
Uma reflexão sobre a formação dos professores de Matemática e suas práticas pedagógicas para trabalhar a inclusão de alunos surdos	OLIVEIRA, F.M.F. ANDRADE, S.V.R.	Universidade Estadual do Oeste do Paraná	XI ENEM 2013
Programa etnoMatemática: análise de práticas pedagógicas de ensino de Matemática no contexto de Educação no/do Campo	SOUZA, R. B.	Universidade Estadual de Goiás	XII ENEM 2016
Práticas pedagógicas no ensino de função: uma experiência colaborativa empreendida por professores do Ensino Médio	JUNIOR, D. L. FREITAS, J. L. M.	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS	X ENEM 2010
Jogos computacionais e a Educação Matemática: contribuições das pesquisas e das práticas pedagógicas	GRANDO, R.C.	Universidade São Francisco	X ENEM 2010

Fonte: Anais IV SIPEM (2009), V SIPEM (2012), VI SIPEM (2015), X ENEM (2010), XI ENEM (2013), XII ENEM (2016)

Da análise dos resumos destes trabalhos apresentados na tabela acima é possível dizer que poucos trabalhos científicos apresentados nos eventos investigados trouxeram em seu título o assunto: prática pedagógica; além disso, neste universo de publicações não foi encontrado

nenhum trabalho que especificamente investigasse a Prática Pedagógica de Professores no Ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, foco de interesse desta obra.

Para dar continuidade à busca de trabalhos que evidenciassem a atuação científica sobre o interesse desta pesquisa, num segundo momento buscamos as comunicações científicas que trouxessem em seu título o termo "resolução". Foram encontradas 102 comunicações. Fizemos então, um recorte buscando encontrar os trabalhos que tratassem da "Resolução de Problemas matemáticos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental". Foram encontradas 35 comunicações. Dentre estes 35 trabalhos buscamos aqueles que se referiam à Resolução de Problemas aritméticos, devido a esta pesquisa preocupar-se mais especificamente com esta temática. Com esse recorte e leitura dos resumos chegamos a 14 comunicações científicas, apresentadas abaixo:

Tabela 2 - Comunicações científicas sobre "Resolução de Problemas aritméticos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental"

TÍTULO	AUTOR	INSTITUIÇÃO	EVENTO
Estruturas Aditivas: O desempenho e as dificuldades na resolução de situações-problema	SANTOS, A. F. SANTANA, E.R.S.	Universidade do Estado da Bahia	X ENEM 2010
O desempenho de alunos de Vigia de Nazaré na Resolução de Problemas com mais de uma operação	ARAÚJO, S.P.F. FRANCO DE SÁ, P.	Escola de E.I.E.F. Nossa Senhora das Neves Universidade do Estado do Pará/Universidade da Amazônia	X ENEM 2010

Resolução de Problemas Aditivos: análise dos processos heurísticos de alunos do 5.º ano do Ens. Fundamental	CYBIS, A.C.	Universidade Bandeirante Anhanguera	XI ENEM 2013
Resolução de Problemas Aditivos de ordem inversa: uma metodologia de ensino aplicável	SILVA, A.P.B.	PPGEC/UFRPE e SEDUC/PE	IV SIPEM 2009
Uma análise da configuração subjetiva de alunos do 5° e 6° anos do Ensino Fundamental na Resolução de Problemas Aritméticos Aditivos e Multiplicativos	OLIVEIRA JÚNIOR, A.P. COSTA, R. SILVA, G. R. JESUS, D.F.S.	Universidade Federal do Triângulo Mineiro Escola Estadual Santa Terezinha	XII ENEM 2016
A Resolução de Problemas em Matemática e a aprendizagem das estruturas aditivas e multiplicativas	MORAIS, N.F. ODY, M. C. SCHEIN, P. Z.	Faculdades Integradas de Taquara	XII ENEM 2016
Intervenções pedagógicas na Resolução de Problemas matemáticos Multiplicativos	JUSTO, U.C.R. NASCIMENTO, S.M.S.	ULBRA/Canoas	XII ENEM 2016
Procedimentos revelados por alunos de 5° ano do Ensino Fundamental para a Resolução de Problemas de estruturas multiplicativas	ZARAN, M.L.O. SANTOS, C.B.	Universidade Cruzeiro do Sul	X ENEM 2010
Resolução de situações-problema da categoria isomorfismo de medidas, por alunos de 4.º e 5.º anos do Ensino Fundamental: reflexão e análise.	MARTINS, E.M.F.	Universidade Cruzeiro do Sul	XII ENEM 2016

Textos multiplicativos: formular situações-problema favorece a aprendizagem para Resolução de Problemas?	SILVA, J.R. PESSOA, C.A.S.	Universidade Federal de Pernambuco	XI ENEM 2013
Resolução de Problemas matemáticos de Divisão: um estudo com alunos do 5.º ano do Ensino Fundamental de uma escola no Município de Várzea Grande-MT	PIVA, R. WIELEWSKI, G.D.	Universidade Federal de Mato Grosso - UFMT	XI ENEM 2013
A representação no processo de Resolução de Problemas de Divisão por alunos do Ensino Fundamental	CAMPOS, Edileni G. J.	UFMS	IV SIPEM 2009
Resolução de Problemas e o jogo divisores em linha: práticas em sala de aula	GUIMARÃES, B. LAMAS, R.C.P.	Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", IBILCE	X ENEM 2010
A abordagem de problemas no material do PIC	NASCIMENTO, J MORELATTI, M.R.M.	FCT/UNESP	XI ENEM 2013

Fonte: Anais IV SIPEM (2009), V SIPEM (2012), VI SIPEM (2015), X ENEM (2010), XI ENEM (2013), XII ENEM (2016)

A despeito da importância destes estudos que efetivamente contribuem para avançar o conhecimento produzido na área da Educação Matemática de crianças dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, constatamos a carência de pesquisas, que investiguem como as percepções e representações de professores interferem na aprendizagem dos alunos e, em especial, como os fatores socioculturais interferem, marcam e

determinam o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Daí a nossa percepção da Teoria Histórico Cultural como o elemento constituinte e fundamental para a mudança no encaminhamento didático necessário.

A PERSPECTIVA METODOLÓGICA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Os estudos sobre o ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas têm como referencial importante o livro "A Arte de Resolver Problemas", obra de George Polya, de 1945, o qual apresenta um esquema de quatro fases interdependentes para resolver problemas matemáticos sendo elas: Compreensão do problema; estabelecimento de um plano; execução do plano e retrospecto.

A Resolução de Problemas passou a receber dos educadores matemáticos seu devido valor somente no final dos anos 70, destacando-se mundialmente. Em 1980 foi editada nos Estados Unidos uma publicação do NCTM – National Council of Teachers of Mathematics, intitulada "Agenda para a Ação", que apresentava recomendações para o ensino de Matemática, sendo a Resolução de Problemas indicada como o principal foco do ensino de Matemática (ONUCHIC, 1999).

No Brasil, desde a década de 90, os Parâmetros Curriculares Nacionais orientam que o conhecimento matemático se dê nesta direção, dando a entender que os conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos por meio da Resolução de Problemas, e que o problema deve ser o ponto de partida da atividade proposta, onde o aluno pode aprender conceitos, procedimentos e apresentar atitudes matemáticas.

Schroeder e Lester (1989 apud ONUCHIC, 1999, p. 206) apresentam três modos diferentes de abordar a Resolução de Problemas:

1) *Ensinar sobre a Resolução de Problemas:* o professor que ensina sobre a resolução de problema procura ressaltar o modelo de Polya ou alguma variação dele.

2) *Ensinar a resolver problemas:* o professor *se* concentra na maneira como a Matemática é ensinada e o que dela pode ser aplicada na Solução de Problemas rotineiros e não rotineiros. Embora a aquisição do conhecimento matemático seja importante, a proposta essencial para aprender Matemática é ser capaz de usá-la.

3) *Ensinar Matemática através da Resolução de Problemas*. A Resolução de Problemas passa a ser pensada como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio para se ensinar Matemática. O problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento. Os problemas são formulados tendo em vista a formação de conceitos antes mesmo de sua apresentação em Linguagem Matemática formal. O ensino centra-se no aluno que cria estratégias para solucionar o problema. Por fim, o professor dá forma aos conceitos.

Os autores destacam que "embora na teoria essas três concepções de ensinar Resolução de Problemas matemáticos possam ser separadas, na prática elas se superpõem e acontecem em várias combinações e sequências" (SCHROEDER; LESTER, 1989 apud ONUCHIC, 1999, p. 207). Esta constatação se deu a partir de resultados dos estudos de muitos pesquisadores, alguns deles, citados pelo professor Luiz Roberto Dante, em sua Tese de Livre Docência, na qual dedica estudar a Resolução de Problemas. Dentre eles, realçamos: Noller (1982); Renzulli (1982); Juntune (1979); Renzulli e Callaban (1975); Torrance (1986). Segundo Dante (1988), a Resolução de Problemas tem sido, ao longo dos anos, um dos tópicos mais difíceis de ser desenvolvido na sala de aula.

Nesta pesquisa adotamos a concepção de *ensinar através da Resolução de Problemas*, porque "constitui-se num caminho para ensinar Matemática e não apenas para se ensinar a resolver problemas" (ONUCHIC, 1999, p. 215). Trata-se de uma metodologia de ensino para se aprender os conteúdos matemáticos. Segundo Onuchic (1999):

> Acabando a década de 1980, em que a ênfase em Resolução de Problemas era colocada sobre o uso de modelos e estratégias, novas discussões foram desencadeadas. A Resolução de Problemas passa, então, a ser pensada como uma metodologia de ensino, ponto de partida e meio de se ensinar Matemática. Sob esse enfoque, problemas são propostos de modo a contribuir para a construção de novos conceitos e novos conteúdos, antes mesmo de sua apresentação em linguagem formal (ONUCHIC, 1999, p. 208).

Dante (1988), entende a Resolução de Problemas como uma metodologia que favorece o desenvolvimento de "uma educação para a criatividade". Parte do entendimento de que a educação deve criar condições e ambientes favoráveis para que o potencial criativo do homem possa emergir, por meio da realização de atividades e práticas que favoreçam o aparecimento e o desenvolvimento da criatividade.

Para este autor, a criatividade não ocorre nas aulas de Matemática na escola devido ao aspecto abstrato da Matemática, alheio aos interesses infantis; ao uso inadequado do material concreto imaginativo, que ainda que melhore a participação dos alunos não consegue fazer emergir os fatos matemáticos; ao fato de que na vida cotidiana a criança tem mais liberdade para criar do que na escola (DANTE, 1998).

Diante disto, Dante (1988) propõe a Resolução de Problemas como possibilidade promissora, para o desenvolvimento da criatividade

nas aulas de Matemática e justifica que esta metodologia tem este potencial porque exige iniciativa, inovação e espírito explorador, junto com conhecimento de estratégias, demandando do aluno "um tempo para pensar e arquitetar um plano, uma estratégia que poderá leva-lo à solução" (DANTE, 1988, p. 86). Com a realização de um trabalho pedagógico matemático inspirado na Resolução de Problemas espera-se que se dê oportunidade à perplexidade e fantasia do aluno se manifestar e que seja sentida a criatividade nas suas tentativas de solução, de preferência em cooperação com os colegas (DANTE, 1988).

Conceber a criatividade, a iniciativa e a aventura como metas fundamentais da Educação Matemática e da própria escola, exige conquistar espaço e tempo na escola, nos quais a criança possa criar, exprimir e expandir, fazendo emergir as revelações; significa, sobretudo, reivindicar uma revisão ampla, profunda e cuidadosa no ensino de Matemática. Um ensino que crie condições concretas para que estudantes e professores não tenham sua criatividade abafada ou tolhida e sim, que tenham "liberdade para pensar, imaginar, explorar, errar, descobrir, fazer estimativas, experimentar suas próprias intuições e atribuir seus próprios significados" (DANTE, 1998, p. 16).

Concordamos com o autor que, "o nível de criatividade de uma pessoa, pode ser decisivamente influenciado pelo ambiente e, em particular, pela Educação" (DANTE, 1998, p. 20). Neste sentido, é possível dizer que a criatividade é fortemente gerada nas interações sociais. Um modo de agir criativo de um aluno pode afetar um outro aluno de modo bem diferente, criando nele uma instabilidade, uma perplexidade e um sentimento de um encanto oculto de modo a detonar nele um processo criativo.

Cabe ao professor organizar um ambiente educativo, que favoreça o rompimento com as amarras do habitual e estimule a aventura, onde a criança “seja respeitada, valorizada e encorajada por suas ideias imaginativas ou pouco comuns e, sobretudo, que ela possa ser autêntica, ser ela mesma em qualquer ocasião (DANTE, 1988, p. 46).

Desenvolver uma atividade criativa de ensino da Matemática exige posicionamento do professor. Tal posicionamento, segundo Dante (1998), requer que a criança seja tratada em sua singularidade, como um indivíduo com qualidades únicas que tem ideias e valores próprios; que a criança ganhe confiança e caminhe na direção do “eu posso fazer por mim mesma”; deixar que a criança se aventure, se arrisque; dar tempo para o trabalho independente, deixando a criança pensar, divagar, fazer conjecturas, hipóteses e explorá-las; encarar o “erro” da criança com naturalidade e certa relatividade. Ademais, sobre o ensino da Matemática, o autor sugere que se dê:

Tabela 3 - Algumas ênfases necessárias ao ensino da Matemática

Mais ênfase em	**Menos ênfase em**
Ideias matemáticas	Linguagem e simbolismos
Porquês, significado do que se faz	Regras e esquemas mecanizados
“Pense um pouco sobre isso”	“É assim que se faz”
Processo usado para obtenção de resultados	Resultados
Incentivo à criatividade, curiosidade, iniciativa e exploração	Repetição e imitação

Compreensão	Pressa e impaciência que levam a simples memorização
Ensino mais intuitivo, menos formal	Formalismos e abstrações precoces
Situações-problemas que envolvam significativamente o aluno	operações rotineiras
Experiência acumulada	Ensino desligado da vivência do aluno
Ensino interligado com outras áreas do conhecimento	Ensino isolado no currículo

Fonte: DANTE, 1998.

É necessária uma mudança para atender à necessidade de uma Educação Matemática que trabalhe o talento, a criatividade, a expressão, a originalidade e o significativo, de modo a promover a autonomia do pensamento da criança, por meio da exploração de situações problemas interessantes e desafiadoras (DANTE, 1998, p. 16-17). Pode-se afirmar que a perspectiva da Resolução de Problemas possibilita esta mudança, pois propicia o conhecimento da Matemática, conduz à formação dos conceitos e ao desenvolvimento da criatividade dos educandos.

Nesta pesquisa, entendemos que instigar a criatividade do estudante por meio de problemas é uma estratégia poderosa para a formação de conceitos matemáticos. Por isso, como já mencionado, adotamos a concepção de *ensinar através da Resolução de Problemas*. Nesta metodologia, o problema é o ponto de partida e, os professores podem fazer conexões com tudo o que há de bom nas reformas anteriores: "repetição, compreensão, o uso da Linguagem Matemática da teoria dos conjuntos, resolver problemas e, às vezes, até a forma de ensino tradicional" (ONUCHIC, 1999, p. 211) com a finalidade de gerar novos

conceitos e novos conteúdos. É importante salientar que o ensino nesta perspectiva busca o rompimento com uma prática pedagógica apoiada inteiramente em técnicas operatórias, repetitivas e sem significados.

Ainda que resolver problemas tenha sido apontado como um bom caminho para se ensinar Matemática, "os problemas não têm desempenhado bem o seu papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como uma forma de aplicação de conhecimentos anteriormente adquiridos pelos alunos" (ONUCHIC, 1999, p. 211). Isto ocorre porque as decisões didáticas que cada professor toma para ensinar a Matemática passa pelo que conhecem e acreditam sobre a Matemática e seu ensino.

Por isso, é fundamental ao professor compreender que na perspectiva metodológica da Resolução de Problemas, o seu papel muda de comunicador de conhecimento para o de observador, organizador, consultor, interventor, controlador e incentivador da aprendizagem. Sua tarefa principal é ajudar o aluno a ser um sujeito autônomo de sua aprendizagem, um investigador e criador de estratégias de solução de problemas, tendo em vista a apropriação dos conceitos matemáticos.

Echeverría e Pozo (1998), em seus estudos sobre a solução de problemas, pontuam que a Resolução de Problemas é um componente idiossincrático da Matemática, e constitui-se, segundo Onuchic (1999), em um bom caminho para ensinar a Matemática. É uma metodologia que não se restringe a ensinar a resolver problemas, mas em "fazer com que o aluno adquira o hábito de propor-se problemas e de resolvê-lo como forma de aprender" (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 15).

Para realizar um trabalho desta natureza com a Resolução de Problemas no espaço escolar, o professor precisa saber o que diferencia um

exercício de um problema, considerando ao mesmo tempo, suas possíveis relações. Para os autores supracitados, a distinção entre exercícios e problemas está relacionada com o contexto da tarefa e com o aluno que a enfrenta de modo que

> [...] uma situação somente pode ser concebida como um problema na medida em que exista um reconhecimento dela como tal, e na medida em que não disponhamos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-la de forma mais ou menos imediata, sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 16).

Mas, se o mecanismo utilizado para solução da tarefa apresentada for disposto de forma imediata, tratar-se-á de um exercício (automatização de algoritmos, cálculo mental, repetição da tabuada), pois a realização de exercícios se baseia no uso de habilidades ou técnicas *sobreaprendidas*, ou seja, transformadas em rotinas automatizadas como consequência de uma prática contínua (ECHEVERRÍA; POZO, 1998).

Trata-se de tarefas já realizadas anteriormente e que, por não conterem nada de novo, são resolvidas pelos caminhos habituais, recorrendo a habilidades já adquiridas, que pouco contribuem para a formação do pensamento teórico-conceitual do escolar que encontra-se em processo de apropriação dos rudimentos do conhecimento lógico-matemático, como é o caso dos alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Nacarato et al. (2009) concordam que essa prática de ensino da Matemática não possibilita a autonomia do aluno e desvaloriza suas

capacidades de pensamento; e defendem que a elaboração conceitual das quatro operações ocorra no movimento de Resolução de Problemas.

Na perspectiva da metodologia de Resolução de Problemas é a ação desencadeada que justifica a operação, ou seja, é o problema que suscita a necessidade da operação e dos procedimentos para a sua formulação, o que exige considerar a necessidade de atribuição de sentido ao que se faz. Assim, a rotina didática de apresentar e treinar uma técnica operatória, algoritmo ou fórmula para ser aplicada, a posteriori, na Resolução de Problemas é conduta resultante de uma cultura escolar que precisa ser transformada.

Contudo, os autores complementam que, embora existam distinções relevantes entre um problema e um exercício, uma mesma tarefa pode ser inserida dentro de qualquer uma destas categorias, em função das características e dos conhecimentos de cada aluno. Assim, "Não é possível determinar, em geral, se uma tarefa escolar determinada é um exercício ou um problema; isto depende não somente da experiência e dos conhecimentos prévios de quem a executa, mas também dos objetivos que estabelece enquanto a realiza" (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 17).

Existe, portanto, uma relação entre exercícios e problemas. Ambos constituem um *continuum* educacional, pois se um problema repetidamente resolvido acaba por tornar-se um exercício, a solução de um problema novo requer a utilização estratégica de técnicas ou habilidades previamente exercitadas.

Assim, para ensinar a Matemática, o professor necessita ter claro a distinção entre exercício e problema e as diferentes consequências que têm para a aprendizagem, pois eles dão respostas a diferentes finalidades escolares. Esse conhecimento é necessário para que ele saiba possibilitar a

passagem "do exercício para o problema, ou do uso técnico do conhecimento para o seu uso estratégico" (ECHEVERRÍA, 1998, p. 42).

A metodologia de Resolução de Problemas exige do professor uma importante participação no processo de formação dos conceitos matemáticos e na generalização. A ele cabe desenvolver um ensino que pretenda a transformação de pseudoproblemas em verdadeiras situações problemas, promovendo a sistematização, socialização dessas estratégias tendo em vista a propagação do conceito para outras situações do cotidiano.

A tarefa do professor é associar os problemas ao **interesse do aluno** e instigar a sua participação na resolução; promover a interação na troca de ideias sobre a solução alcançada e investigar a estratégia por ele empregada no procedimento de resolução, só assim estas tarefas escolares serão para o estudante verdadeiros problemas. É necessário que o professor tenha a clareza de que o aluno só conceberá a tarefa como um problema, se souber atribuir **significado e sentido** aos dados propostos pelo problema.

Moysés (2001) afirma que a falta de entendimento ocorrida por questões ligadas ao conhecimento dos significados e dos sentidos das palavras é mais frequente na escola do que se pensa. Os professores têm dificuldade em conhecer o alcance dos significados e sentidos atribuídos pelos alunos às suas palavras. Dada relevância do assunto, faz-se necessário fazer uma distinção clara entre esses termos, para que não sejam tomados como sinônimos.

Assumimos aqui os conceitos de **significado** e **sentido** introduzidos por Vigotsky em seus estudos sobre a relação entre pensamento e linguagem, para quem o conhecimento é elaborado nas relações que o sujeito estabelece com o outro e com o meio em que está inserido, mediado

pela linguagem. Nesta perspectiva, o meio está revestido de significados culturais, que são apropriados com a participação de um instrumento mediador - a palavra. Existe, pois, uma relação intrínseca entre a palavra e o significado.

O significado de uma palavra não é algo paralisado e se desenvolve no processo histórico e cultural dentro de um sistema de relações. Ao apreender o significado de uma palavra o homem está dominando uma experiência social e se produz como indivíduo. "O significado da palavra é inconstante. Modifica-se no processo do desenvolvimento da criança. Modifica-se também sob diferentes modos de funcionamento do pensamento" (VIGOTSKY, 2000, p. 408). Não há, portanto, uma relação estática entre significados e palavras; esta relação é dinâmica e depende do contexto sociocultural. Depende também da formação da consciência do sujeito que evolui de acordo com as interações sociais. Assim a relação do pensamento de um adulto com determinada palavra pode ser diferente do pensamento da criança em relação a mesma palavra.

Essa relação traz implicações para a comunicação nas aulas de Matemática, visto que a criança pode até usar o mesmo vocabulário e entonação que o professor, sem, contudo, ter o mesmo entendimento que ele. Outra situação, "pode acontecer de um aluno ser capaz de pensar sobre um determinado assunto, mas não conseguir expressá-lo corretamente por meio de palavras" (MOYSÉS, 2001, p. 41), até porque o pensamento não tem um equivalente imediato em palavras, a transição do pensamento para a palavra passa pelo significado (VIGOTSKY, 2000). O significado é a unidade de pensamento e palavra - discurso.

No significado da palavra encontra-se a unidade dialética do pensamento e da linguagem. Por isso, "o significado da palavra não é senão uma generalização ou conceito. Toda generalização, toda formação de

conceitos é o ato mais específico, mais autêntico e mais indiscutível de pensamento" (VIGOTSKY, 2000, p. 398).

O sentido de uma palavra, por sua vez, é um fenômeno complexo, móvel, que muda constantemente, dependendo do contexto em que está sendo empregada. O sentido da palavra é inesgotável e tem como base a compreensão do mundo e o conjunto da estrutura interior do indivíduo sendo, portanto, determinado por toda a riqueza dos momentos existentes na consciência e relacionados àquilo que está sendo expresso por determinada palavra (VIGOTSKY, 2000, p. 466). O contexto enriquece o sentido da palavra. Dependendo do contexto uma palavra pode significar mais ou menos, do que significaria se fosse tomada isoladamente: "[...] mais, porque o círculo de seus significados se amplia, adquirindo adicionalmente toda uma variedade de zonas preenchidas por um novo conteúdo; menos, porque o significado abstrato da palavra se limita e se restringe àquilo que ela significa apenas em um determinado contexto" (VIGOTSKY, 2000, p. 466).

Ainda diferenciando sentido e significado, Vigotsky afirma que o sentido tem predomínio sobre o seu significado na linguagem interior, ou seja, "o significado é apenas uma dessas zonas do sentido que a palavra adquire no contexto de algum discurso e, ademais, uma zona mais estável, uniforme e exata. [...] em contextos diferentes a palavra muda facilmente o sentido" (VIGOTSKY, 2000, p. 465).

É neste campo, da busca de sentidos e significados, que se insere uma dificuldade significativa no trabalho de Resolução de Problemas matemáticos, pois se o significado que um aluno atribui a uma palavra é muito mais restrito do que lhe atribui seu interlocutor (professor ou autor do texto), a comunicação será prejudicada. Estarão ambos estabelecendo um "diálogo de surdos" se além de haver diferentes níveis para o

significado, também estiverem ambos atribuindo sentidos diferentes à situação-problema proposta (MOYSÉS, 2001).

Ademais, a solução de problemas matemáticos requer que o aluno trabalhe além dos procedimentos adequados, sejam eles habilidades ou estratégias, alguns conteúdos factuais e conceituais. Este trabalho só terá sentido para o aluno se a aprendizagem escolar estabelecer relação com as situações por ele vivenciadas no cotidiano, conforme pontuam Pozo e Echeverría (1998). Para os autores isto é uma dificuldade, visto que os contextos escolares de aprendizagem têm se apresentado muito diferentes dos contextos sociais, nos quais se esperam que os alunos apliquem de forma relativamente autônoma os conhecimentos aprendidos. Ou seja, a Resolução de Problemas na escola tem finalidades diferentes daquelas que nos motivam para resolvê-los fora da sala de aula.

O enfrentamento desta questão passa pelo entendimento de que a negociação de sentidos e significados matemáticos é elaborada em dado contexto sociohistórico e cultural. A criança quando chega à escola, traz consigo suas próprias leituras do entorno onde vive e se desenvolve; ela busca compreender os códigos que constituem cada espaço para planejar e antecipar ações. O conhecimento lógico matemático já está aí presente, pois é um componente cultural e científico que constitui todo o desenvolvimento do ser humano, desde seu nascimento, sendo apropriado pela observação e no processo de mediação com sujeitos mais experientes, por meio da linguagem, como preconiza a Teoria Histórico-Cultural.

Segundo Davidov (1988), o ingresso da criança na escola representa uma transição, saindo dos limites do período infantil de sua vida e começando a sentir a necessidade de fontes mais amplas de conhecimento do que as que lhe oferecem a vida cotidiana e recreativa. Na presença do ensino escolar ela deixa de se sentir satisfeita com o modo costumeiro de

vida e começa a querer assumir a posição de uma criança, que frequenta a escola e começa a desempenhar a **atividade de estudo**.

A compreensão da atividade de estudo como atividade principal das crianças em idade escolar e como fonte de desenvolvimento da criança em idade escolar aparece concretizada nos trabalhos de Vasily Vasilyevich Davýdov. Seus estudos sobre as influências dos conhecimentos científicos nos processos de desenvolvimento das crianças, em idade escolar têm origem primeiramente nas contribuições de Lev Semionovich Vigotsky, que sistematizou sua concepção histórico-cultural de desenvolvimento humano a partir das categorias marxistas de análise, e posteriormente nas teorizações de Alexis Leontiev acerca do aprofundamento das questões da atividade como essência do desenvolvimento psíquico humano. Entender, pois, a atividade de estudo requer antes entender o conceito de atividade nestas fontes supracitadas.

A Teoria Histórico-cultural, fundamentada na filosofia materialista-dialética concebe o homem como um ser histórico-cultural. Para a produção da sua existência o ser humano estabelece relações entre si e a natureza da qual faz parte, cria socialmente modos específicos de ser e estar no mundo - faz história. Nesse processo, caracterizado pelo agir humano intencional, ao se produzir, também produz inúmeros artefatos ideais e materiais - produz cultura.

A partir dos pressupostos marxianos, Vigotsky toma a categoria de atividade humana como princípio fundante para desenvolver seus estudos psicológicos e pedagógicos. Esta categoria na psicologia de Vigotsky "é uma unidade orgânica e recíproca entre teoria e prática, através da qual o homem foi criando sua própria essência, histórica e socialmente, criando, portanto, a cultura - o patrimônio cultural do gênero humano" (OLIVEIRA, 2006, p. 23).

Neste entendimento, o homem se constitui como ser humano no processo dialético de sua relação com a natureza mediada pela atividade do trabalho, pois este é o meio pelo qual o homem constrói o seu ambiente e a si mesmo e satisfaz as suas necessidades em condições reais que estão à sua disposição - se humaniza. O homem que está em atividade realiza a ação a partir de necessidades, desejos, motivos; determina objetivos, provoca ações direcionadas a objetos materiais ou não; seleciona instrumentos, meios especiais para realizá-los e faz tudo isso sob definidas condições histórico culturais. É neste processo de *apropriação-objetivação*, por meio da atividade humana, que o indivíduo se apropria do conhecimento já existente e ao fazê-lo se objetiva no produto de seu trabalho (OLIVEIRA, 2006).

Leontiev sistematizou o conceito de atividade, fundando a teoria psicológica geral da atividade.

> Por esse termo designamos apenas aqueles processos que, realizando as relações do homem com o mundo, satisfazem uma necessidade especial correspondente a ele. [...] Por atividade, designamos os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo (LEONTIEV, 2006, p. 68).

Os componentes da atividade humana são as necessidades e os motivos, os objetivos, as condições e os meios de seu alcance, as ações e operações. Os componentes da atividade podem adquirir diferentes funções, pois estão em constante processo de transformação. Uma atividade pode tornar-se ação quando perde seu motivo originário, ou uma

ação transformar-se em atividade na medida em que ganha um motivo próprio, ou ainda uma ação pode tornar-se operação e vice-versa.

Assim, eleger a prática pedagógica do professor como objeto de estudo requer considerar estes componentes e analisar qual é o motivo da sua atividade. Também requer considerá-los na atividade do aluno, visto que a atividade de ensino do professor dirige-se à atividade de estudo do aluno.

Leontiev (1978, 2014) em suas análises a respeito da atividade pedagógica, do material didático e dos processos que envolvem a consciência, afirma que a educação escolar deve promover aprendizagem consciente. Para ele a consciência é um conhecimento partilhado, uma realização social. A consciência individual existe a partir de uma consciência social, que tem na língua seu substrato real. O estudo da consciência requer estudar as relações vitais dos homens, as formas como estes produziram e produzem sua existência por meio de suas atividades.

As significações são fenômenos da consciência social, mas quando são apropriadas pelos indivíduos passam a fazer parte da consciência individual. O significado nunca é dado. Ele é internalizado nas relações. O significado mediatiza a tomada de consciência do mundo pelo homem. Ao nascer, o homem encontra um sistema de significações pronto; apropriar-se ou não dessas significações depende do sentido pessoal de cada sujeito. O sentido pessoal é engendrado, produzido na vida do sujeito, em sua atividade (LEONTIEV, 1978, 2014).

Deste modo, "o sentido expressa a relação do motivo da atividade com a finalidade imediata da ação" (LEONTIEV, 1978, 2014, p. 50). O sentido é sempre sentido de algo e pertence de certo modo ao próprio conteúdo vivencial.

> O desenvolvimento dos sentidos é um produto do desenvolvimento dos motivos da atividade; por sua vez, o desenvolvimento dos próprios motivos da atividade está determinado pelo desenvolvimento das relações reais que o homem tem com o mundo, que dependem das condições históricas de sua vida. A consciência como relação: este é precisamente o sentido que tem para o homem a realidade que se reflete em sua consciência. Portanto, o que distingue o caráter consciente dos conhecimentos é, justamente, qual o sentido que estes adquirem para o homem (LEONTIEV, 1978, 2014, p. 53).

Portanto, o problema do sentido é sempre o problema do motivo. Aquilo que se toma consciência é determinado pelo motivo da atividade, na qual está incluída a ação do sujeito. Em outras palavras, o sentido consciente, psicologicamente concreto, é criado pela relação objetiva, que se reflete na mente do homem, daquilo que o impulsiona a agir com aquilo para o qual está orientada sua ação como resultado imediata desta (LEONTIEV, 1978, 2014). Leontiev ainda esclarece que o sentido da ação pode mudar se houver uma mudança no seu motivo, assim o sentido não se ensina, se educa: "[...] o sentido não se pode ensinar. Só se pode descobrir o sentido no processo de aprendizagem encarnado em uma ideia claramente consciente, desenvolvida, depois de enriquecer o aluno com os correspondentes conhecimentos e aptidões" (LEONTIEV, 1978, 2014, p. 59).

Posto isto, vale dizer que o sentido que para a criança adquire o objeto de seu estudo é determinado pelos motivos de sua atividade de estudo. A atividade de estudo, segundo Davidov (1988, 1999) é a atividade principal do escolar. Ela contém todos os componentes (as necessidades e os motivos, os objetivos, as condições e meios de alcance, as ações e operações), já acima enumerados no conceito geral de atividade, e está sempre dirigida para a edificação criativa de um produto final.

A atividade de estudo não pode ser confundida com aprendizagem porque ela tem um conteúdo e uma estrutura especiais que a diferencia de outros tipos de atividade (por exemplo, atividade de jogo ou de trabalho) que as crianças realizam tanto nos Anos Iniciais da escolarização quanto em outros momentos na vida. Na organização da atividade de estudo do escolar, o professor obrigatoriamente tem que imaginar claramente o conteúdo do objeto de seus componentes e o conteúdo do seu produto final. Na atividade de estudo é obrigatório que haja o princípio criativo e transformador (DAVIDOV, 1999).

Para que as crianças estudem e assimilem os conhecimentos e as habilidades sob a forma de uma plena atividade de estudo, é necessário entender que "a criança assimila certo material de estudo sob a forma de atividade de estudo somente quando ela tem uma necessidade e motivação interior. Sem isto não há uma plena atividade humana" (DAVIDOV, 1999, p. 2). A necessidade da atividade de aprendizagem estimula as crianças a assimilarem os conhecimentos teóricos; os motivos a assimilar os procedimentos de reprodução destes conhecimentos, por meio das ações de aprendizagem, orientada para a resolução de tarefas de aprendizagem (DAVIDOV, 1988, p. 178). Uma condição para a organização da atividade de estudo começa com a formação gradual, porém constante, da necessidade dos próprios alunos de dominarem as riquezas espirituais das pessoas. Na atividade de estudo deve haver o princípio criativo de transformador.

O conteúdo da atividade de estudo são os *conhecimentos teóricos*. Os conhecimentos teóricos são aqueles conhecimentos "que refletem a interligação do interno com o externo, da essência com o fenômeno, do primitivo com o derivado, [...] Mas estes só podem ser aprendidos reproduzindo-se o próprio processo de seu *surgimento*, obtenção e

conformação [...]" (DAVIDOV, 1999, p. 2). Assim, na assimilação do conteúdo o aluno desenvolve a atividade do cientista, porém ele não cria conceito, mas apropria-se dele no processo de interiorização. Trata-se de considerar as condições de origem destes conhecimentos teóricos e o domínio das formas de ações generalizadas correspondentes (DAVIDOV, 1988).

A realização de uma atividade de estudo implica uma atenção especial pelos alunos das ações e operações, por meio das quais se obtém sucesso na resolução das tarefas de estudo. Para Davidov (1988), "cada uma destas ações é composta pelas correspondentes operações, cujo conjunto muda conforme a variação das condições concretas em que se resolve uma ou outra tarefa de aprendizagem (como se sabe, a ação está relacionada à finalidade da tarefa e suas operações, com as condições da tarefa)" (DAVIDOV, 1988).

A atividade de estudo se estrutura pela exposição dos conhecimentos científicos, com o processo de ascensão do abstrato ao concreto. O conceito científico é o resultado da abstração feita pela criança.

Considerando a perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental, de Davidov, que surgiu como uma sistematização da Teoria Histórico-Cultural para o ensino e aprendizagem em contexto escolar, entende-se que o ensino da Matemática nas escolas deve desenvolver nos alunos *ações mentais*, tendo como base a apropriação dos conceitos teóricos desta área do conhecimento; esta é a forma de ensino pela qual os alunos conseguem compreender a origem dos objetos de conhecimento aprendidos nesta matéria escolar.

Para superar um ensino da Matemática cuja finalidade é a *memorização* dos conteúdos matemáticos descontextualizados, desligados

da vida real dos escolares, o professor, em Atividade de Ensino, pode organizar o ensino de modo a brindar aos alunos com a possibilidade da reprodução do pensamento teórico, por meio de tarefas cujas soluções exijam a formação de abstrações e generalizações sobre as principais ideias do objeto que dão acesso ao objeto de conhecimento, seu processo de origem, suas transformações e relações que aí se apresentam.

Este posicionamento nos remete ao entendimento de que a produção do conhecimento matemático em sala de aula requer a criação de um ambiente propício ao desenvolvimento da atividade de estudo. Neste ambiente a ação de ensinar e aprender deve ser entendida como um processo de negociação de sentidos e significados e de construção do conhecimento, que se dá na interação entre professor-aluno-conhecimento matemático, mediada pela linguagem, em que a relação dialógica e a comunicação ocupam lugar decisivo, conforme defendem Alr∅ e Skovsmose (2006) e, na esteira destes autores, Nacarato et al (2009).

Neste sentido, a perspectiva metodológica da Resolução de Problemas se apresenta potencialmente rica e contribui para a apropriação da Linguagem Matemática e dos conceitos deste componente curricular. Trata-se de superar a perspectiva tradicional de ensino da Matemática, que para Davidov (1988) consegue formar tão somente o pensamento empírico do aluno. A assimilação dos conteúdos matemáticos pelo aluno requer que seja colocado diante de situações-problema, que o ajudem na compreensão da leitura do entorno e do contexto social, que foi lhe transmitido pela cultura, de modo a possibilitar a relação entre os conceitos empíricos e os conceitos científicos tendo em vista o desenvolvimento das funções psicológicas superiores (NACARATO et al., 2009; VIGOTSKY, 2000).

Vale dizer que, no contexto da Resolução de Problemas, professor e aluno envolvem-se na atividade intelectual e, ambos são ativos, ensinam e aprendem. Porém nesta relação cada um tem seu papel específico, conforme pontua Nacarato et al. (2009):

> Num contexto de negociação de significados, professores e alunos têm experiências e conhecimentos diferentes: o professor detém o conhecimento a ser ensinado, consegue estabelecer relações com outros conceitos e já tem uma expectativa e uma intencionalidade, ao propor uma situação a ser resolvida. O aluno é o aprendiz, aquele para quem, muitas vezes, o conceito matemático não tem significado algum. No entanto, numa atividade autêntica, ambos – professor e aluno – estão interessados na ocorrência de aprendizagens e, no processo de negociação, cada um assume o seu papel (NACARATO et al., 2009, p. 83).

O processo de negociação de significados, como produção social, exige que em sala de aula seja criado um ambiente de aprendizagem, no qual o registro escrito do aluno, a oralidade e as argumentações sejam propulsoras de uma autêntica relação de comunicação. Neste ambiente, o professor poderá possibilitar condições dialogais, em que o aluno seja capaz de se posicionar, tomar decisões, argumentar, comunicar suas ideias, convencer o outro e a si mesmo. A comunicação de suas heurísticas, portanto, envolve a linguagem, interações e negociações de significados, podendo se dar por meio da oralidade, do registro escrito das operações lógico-matemáticas, de representação por desenhos ou esquemas. Assim sendo, esclarecemos: o ambiente de aprendizagem se constitui em "um espaço para a atividade intelectual em Matemática mediada pelo diálogo e pela leitura e escrita, em que a comunicação e a produção de significados são centrais" (NACARATO et al., 2009, p. 46).

Na produção de significados matemáticos, a linguagem ocupa lugar essencial. Bakhtin (1992) esclarece que a significação é o efeito da interação do locutor e do interlocutor (receptor) produzido por meio da palavra e permeado pelos significados sociais e pelos sentidos pessoais presentes na situação de comunicação, pois "só a corrente da comunicação verbal fornece à palavra a luz da sua significação" (BAKHTIN, 1992, p. 132), isto é, uma significação objetiva se constrói entre os interlocutores. Portanto, é nesse processo que o sentido se constrói.

A perspectiva metodológica da Resolução de Problemas intensifica, pois, a comunicação e a produção de sentidos. Neste processo, o professor deve organizar um ambiente de aprendizagem motivador e estimulante composto por três momentos: planejamento (antes), execução do plano (durante) e síntese e sistematização dos conceitos trabalhados (depois). Isso exige dele o rompimento com práticas cristalizadas, com vistas a constituir a sua própria maneira de ensinar, superando aquela maneira de ensinar a Matemática mecânica, destituída de significado e sentido, voltada, sobretudo, para os procedimentos algorítmicos.

Desse modo, é possível dizer que há uma interação comunicativa que viabiliza a participação e manifestação do pensamento lógico-matemático dos escolares e a interlocução do professor no processo de solução de problemas, sobretudo, na compreensão do enunciado, na sistematização coletiva e no compartilhamento das diferentes heurísticas utilizadas pelos alunos na resolução de uma situação-problema.

Considerando a Resolução de Problemas, como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, a seguir apresentaremos algumas proposições sobre a solução de problemas e seu ensino nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Etapas para a resolução de um problema

Na obra de John Dewey publicada em 1910 com o título *How we think* (Como pensamos), são apresentadas cinco etapas para a solução de problemas, tornando-se referência para as propostas educacionais. Estas etapas foram escritas e readaptadas por vários autores ao longo do tempo, dentre outros, Wallas (1926), Hadamard (1949), Krutetskii (1976), Polya (1995), Cagné (1983) Mayer (1992), Echeverría e Pozo (1998), todos citados no estudo de Brito (2006) e, segundo a autora, com maior ou menor detalhamento, eles se referem quase sempre aos mesmos passos/etapas/fases. Existe, portanto, nesta literatura a concordância de que a solução de problemas exige a tomada de uma sequência de passos essenciais (BRITO, 2006).

Brito (2006) ao analisar a literatura sobre o processo de Solução de Problemas aponta que esse processo segue, em síntese, as seguintes fases/etapas: representação, planejamento, execução e monitoramento. Essas etapas são abordadas ao longo deste texto, cuja tessitura toma como fio condutor as duas grandes etapas de Resolução de Problemas apontadas por Mayer (1992) a saber: A representação do problema e a solução do problema. O diálogo é construído considerando, sobretudo, as ideias destes autores; Echeverría (1998); Echeverría e Pozo (1998); Polya (1995); e Brito (2006); além disso, em certos momentos do texto apresentaremos estudos sobre a "capacidade para a solução de problemas" e, ainda, a "capacidade para a Matemática", elegendo como referencial Chi e Glaser (1992) e Mayer (1992), respectivamente. Consideramos nesta discussão, alguns fundamentos da Teoria Histórico-Cultural e suas implicações para o trabalho com a solução de problemas. Feita essas ponderações, passaremos então à discussão teórica anunciada.

Para George Polya (1945), um dos primeiros matemáticos a debruçar-se sobre esta temática, a solução de problemas matemáticos realiza-se em quatro etapas ou passos: Compreender o problema, conceber um plano, executar o plano, realizar uma visão retrospectiva (POLYA, 1995; ECHEVERRÍA; POZO, 1998).

1) Compreensão do problema - Para compreender um problema é indispensável estimular o aluno a fazer perguntas: O que é solicitado? Quais são os dados? Quais são as condições? É possível satisfazer as condições? Elas são suficientes ou não para determinar a solução? Faltam dados? Que relações posso estabelecer para encontrar os dados omitidos? Que algoritmos posso utilizar?

2) Conceber um plano - Trata-se da elaboração de uma estratégia de resolução. É importante encorajar o aluno a estabelecer ligações entre os dados e o que é pedido, estimulando-o, também, a pensar em situações semelhantes, a fim de que possa estabelecer um plano de resolução, definindo prioridades e, se preciso, orientá-lo a realizar investigações complementares para resolver o problema.

3) Execução do plano – É propriamente o momento da execução da estratégia selecionada. Nesta etapa é o momento de se colocar em ação o que foi planejado nas etapas antecedentes. Ela exige que cada procedimento seja executado atentamente para se obter a verdadeira solução do problema. Portanto, o professor deve orientar o aluno a prestar atenção a cada passo desenvolvido, examinando cada ação. O aluno também deve ser desafiado a comprovar se cada procedimento executado está ou não correto, possibilitando a reflexão sobre o seu aprendizado e a demonstração de sua produção.

4) Visão retrospectiva - É a revisão da solução obtida. Esta é a etapa final do processo de solução de um problema, em que o aluno deve verificar o resultado alcançado e o raciocínio desenvolvido ao longo do processo. Isso pode ajudar o aluno a tornar-se consciente das estratégias e regras empregadas, e ainda verificar se é possível simplificar o caminho percorrido; se existem outras formas de resolvê-lo; e se é possível utilizar o resultado ou o método em algum outro problema. Busca-se a essência do problema.

No processo de solução de problemas, o desenvolvimento das etapas não se dá de maneira linear e estanque, mas elas se articulam uma a outra de maneira processual; além disso, o uso de tais etapas, por si só, não garante o sucesso na solução do problema, porque este depende de conhecimentos prévios do aluno e de como ele os mobiliza. Entretanto, que todas as etapas são importantes para se obter êxito na solução do problema (BRITO, 2006).

Semelhantemente a Polya (1995), Echeverría e Pozo (1998, p. 22), consideram que a solução do problema exige a tomada de uma sequência de etapas: "compreensão da tarefa, a concepção de um plano que nos conduza à meta, a execução desse plano e, finalmente, uma análise que nos leve a determinar se alcançamos ou não a meta".

Mayer (1983 apud ECHEVERRÍA, 1998), resume as quatro etapas de Polya em dois grandes processos, **a Tradução e Solução do Problema**. Este autor, ao explicar a "Capacidade Matemática" para a solução de problemas, denomina estas duas grandes etapas de: **Representação do Problema e a Solução do Problema,** constituídas por quatro fases/passos: tradução, integração, planejamento e execução (MAYER, 1992).

A **Representação do Problema** é constituída pela tradução do problema e pela integração do mesmo. Esta parte compreende a conversão de um problema matemático em uma representação interna, o que exige, do solucionador, conhecimentos linguísticos e factuais e sua integração inclui o conhecimento esquemático (MAYER, 1992; BRITO, 2006). Há a aceitação entre os estudiosos deste tema de que a tradução ou o ato de converter as informações do problema em uma representação mental interna, incluindo nela o enunciado, os objetivos e os operadores necessários à solução, é o primeiro passo a ser dado na solução de um problema (BRITO, 2006)

A **Solução do Problema** corresponde ao *planejamento* e *execução* da solução. A etapa do planejamento inclui um conhecimento de heurística (conhecimento estratégico) para que o solucionador seja capaz de idealizar e monitorar um plano de solução do problema. A execução propriamente dita requer um conhecimento sobre os procedimentos, isto é, o conhecimento algorítmico, a realização correta de desenhos, diagramas e outras formas de representação (MAYER, 1983 apud ECHEVERRÍA, 1998; MAYER, 1992; BRITO, 2006).

Segundo Mayer (1992), por meio destas etapas é possível analisar a "Capacidade Matemática" para a solução de problemas, pois o sucesso ou insucesso de cada solucionador de problemas no cumprimento da tarefa Matemática está ligado àquilo que sabem sobre cada passo, e nisto as pessoas podem diferir (MAYER, 1992, p. 167). Para o solucionador obter êxito na Representação e na Solução do Problema, são necessários certos tipos de conhecimentos: O *conhecimento linguístico* (conhecimento sobre a língua ou idioma); O *conhecimento factual* (conhecimento sobre o mundo); O *conhecimento do esquema* (conhecimento de tipos de problemas); O *conhecimento de estratégias* (conhecimento de como desenvolver e

monitorar um plano de solução); O *conhecimento algorítmico* (conhecimento dos procedimentos necessários para realizar corretamente as operações matemáticas).

Os conhecimentos linguísticos, semântico (factual) e esquemático são essenciais para a tradução do problema, e agregado ao conhecimento matemático ajuda o aluno a compreender a tarefa, a representá-la matematicamente e a criar um plano para resolvê-la (MAYER, 1983 apud ECHEVERRÍA, 1998; MAYER, 1992).

O enunciado de um problema pode trazer ambiguidades linguísticas ou semânticas que podem causar diferentes interpretações para um mesmo problema. A dificuldade na apropriação do conhecimento da língua escrita corrente e da Linguagem Matemática (símbolos próprios deste componente curricular) compromete a leitura, a compreensão, a interpretação e a elaboração dos enunciados de situações-problema de Matemática e, consequentemente, todo processo de resolução.

Para Brito (2006), a habilidade verbal é essencial na compreensão e representação do problema; a habilidade verbal precede a habilidade Matemática, pois os problemas são apresentados por escrito, em geral, no formato de história e, deste modo, o aluno necessita da ler e compreender o enunciado do problema para, depois, compreender a natureza Matemática do mesmo.

O entrave, segundo Brito (2006), é que no contexto dos problemas matemáticos, os professores dão maior importância aos conhecimentos de procedimentos e dão pouca atenção à linguagem. Para Mayer (1992) na tradução do problema, uma causa recorrente de insucesso do aluno dos primeiros anos de escolaridade, está ligada à compreensão das expressões linguísticas, especificamente as proposições de relação. Por exemplo: "Joe

tem três bolinhas de gude. Tom tem cinco bolinhas a mais do que Joe. Quantas bolinhas tem Tom?" (RILEY et al., 1982; GREENO, 1980 apud MAYER, 1992, p. 149).

De acordo com Brito (2006), quando a escola centra o ensino da solução de problemas nos procedimentos algorítmicos prontos e acabados em detrimento da aprendizagem de conceitos e princípios, ela produz: baixa habilidade de compreensão; falta de treino para inibir respostas não ponderadas e inadequadas; falta de compreensão dos conceitos envolvidos. Evitar esses elementos de insucesso requer que o trabalho pedagógico com a solução de problemas matemáticos promova, concomitantemente, a alfabetização na língua materna e a alfabetização Matemática, de modo que os alunos se tornem capazes de trabalhar tanto com o conhecimento declarativo como com o conhecimento de procedimentos, que sejam adequados à solução de problemas relacionados.

O ensino de Matemática deve considerar a necessidade de uma estreita relação entre o desenvolvimento da linguagem e a capacitação para a compreensão da linguagem dos números e das operações (BRITO, 2006). Isso remete a alguns princípios aqui adotados: As práticas de leitura e escrita são essenciais para a elaboração conceitual da Matemática; a Matemática enquanto linguagem deve ser um componente do processo de alfabetização/letramento; nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental é necessário realizar a aproximação entre língua materna e Matemática por intermédio da Resolução de Problemas, contribuindo, assim, para os processos de alfabetização e letramento, elevando, ao mesmo tempo, o conhecimento matemático do aluno (DANYLUK, 2015; MIGUEL, 2007).

Outro conhecimento necessário à tradução do problema, é o esquemático. Ele é adquirido sócio historicamente, constituído pelas

experiências vividas anteriormente pelo sujeito, é um pré conhecimento, um conhecimento de mundo, uma visão de mundo já apropriada. É a ele que o aluno recorre, automaticamente, para identificar o tipo de problema proposto e para definir os dados que são mais relevantes ou não, que devem ser mais considerados ou menos considerados e, assim, definir as ações a serem executadas para a obtenção da resposta.

Mayer (1992) esclarece que o conhecimento do esquema se refere aos tipos de problemas. É importante dizer que pesquisas realizadas com alunos de Educação Fundamental, apontam que muitas das dificuldades com problemas aritméticos variam em função do tipo de esquema que a apresentação evoca (ECHEVERRÍA, 1998). Isto porque a compreensão do problema não é influenciada apenas pelas características linguísticas, mas "pode ser determinada também pelo significado que essas características evocam ou pelo choque com os conhecimentos cotidianos que o sujeito possui" (ECHEVERRÍA, 1998, p. 56). Na tradução do problema determinados conhecimentos sobre a realidade cotidiana que o aluno possui podem evocar certos esquemas, que o ajudarão ou dificultarão na solução de uma tarefa.

Daí a importância do professor criar espaços para ouvir a voz dos escolares, possibilitando assim, a valorização das suas impressões sobre a tarefa proposta, pois embora os pesquisadores da Educação Matemática tenham parcamente estudado e analisado as ideias ou teorias prévias usadas pelos alunos ao traduzirem e utilizarem a Matemática para resolver um problemas, "É bem provável que essas ideias ou teorias influenciem na forma como são traduzidos ou entendidos os problemas matemáticos" (ECHEVERRÍA, 1998, p. 57).

Para que o aluno alcance sucesso no entendimento do problema, Pozo e Echeverría (1998) sugerem algumas técnicas que podem ajudar na

compreensão de um problema. Conforme Pozo (1998, p. 25), elas incluem:

- Fazer perguntas do seguinte tipo:

  - Existe alguma palavra, frase ou parte da proposição do problema que não entendo?

  - Qual é a dificuldade do problema?

  - Qual é a meta?

  - Quais são os dados que estou usando como ponto de partida?

  - Conheço algum problema similar?

- Tornar a propor o problema usando seus próprios termos.

- Explicar aos colegas em que consiste o problema.

- Modificar o formato da proposição do problema (usar gráficos, desenhos, etc.)

- Quando é muito geral, concretizar o problema usando exemplos.

- Quando é muito específico, tentar generalizar o problema.

É importante que o professor que atua com turmas dos primeiros anos de escolaridade conheça essas técnicas e a outros recursos parecidos, pois elas possibilitam instigar o aluno a uma reflexão prévia e a pensar sobre os elementos que envolvem a atividade proposta. Não se trata de dizer ao aluno que ele tem que pensar para resolver o problema e deixá-lo à vontade, imerso em seus pensamentos; trata-se de controlar este processo por meio de questionamentos e pela criação de situações (gráficos, desenhos, dramatizações, etc.) que ajude o aluno a atribuir sentido ao enunciado. Trata-se de transformar as aulas tradicionais de Matemática em um

ambiente de comunicação e argumentação, no qual o professor faz perguntas e encoraja o aluno não só a pensar, mas também a se expressar matematicamente.

Segundo Nacarato et al. (2009)

> Não há como ignorar que o tipo de comunicação que ocorre nas aulas de Matemática se constitui em um indicador da natureza do processo de ensino-aprendizagem. O tipo de pergunta torna-se muito importante nesse contexto e desempenha um papel fundamental, pois poderá conduzir ao desenvolvimento de comunicações e interações específicas que promovam o desenvolvimento (NACARATO et al., 2009, p. 72).

O papel do professor nesse contexto é fundamental, pois a maneira como o mesmo conduz a aula pode promover a compreensão do problema ou dificultá-la. Cabe a ele desenvolver sua competência argumentativa e estendê-la aos seus alunos, de modo que eles, no processo de Resolução do Problema, também sejam capazes de argumentar, indagar, dialogar, pensar e fazer opções. A capacidade de argumentação é desenvolvida no aluno quando o professor solicita a ele que apresente suas ideias e o coloca frente a situações que demandem decisões (NACARATO et al., 2009, p. 73). O que propomos aqui é romper com o imediatismo na solução de problemas matemáticos, em que o aluno se preocupa muito mais em perguntar "qual é a conta?" do que em pensar antes de agir e planejar a Resolução do Problema.

Como o trabalho pedagógico na perspectiva de Resolução de Problemas tem como objetivo ajudar o aluno a conquistar a autonomia, esse controle do professor tem que, aos poucos, ser abandonado em favor do controle do próprio aluno, o que pode ser feito pela proposição de

tarefas semelhantes às já conhecidas pelos alunos, ou pelo trabalho em pequenos grupos, nos quais os alunos podem num processo compartilhado e cooperativo aprender uns com os outros, realizando tentativas de resoluções (certas ou erradas) refletidas e planejadas (ECHEVERRÍA, 1998; ONUCHIC, 1999).

Neste sentido, a perspectiva teórica vigotskiana propugna que as **interações e relações sociais** - com outras pessoas e com os objetos da cultura - são a origem dos processos de aprendizagem e desenvolvimento dos escolares. As aprendizagens só se efetivam na interação social do sujeito com o mundo, com as pessoas e consigo mesmo e, são nestas relações com o meio que o sujeito se apropria de significados e atribui sentido ao que vivencia.

Essa ação de desenvolvimento é mediada pelos signos; a palavra é o instrumento psicológico (signo) mais significativo e universal; é essa mediação (da palavra) que possibilita as interações entre os sujeitos e pela qual se dão os processos de internalização dos conhecimentos e de constituição do pensamento. Isto é, o signo é a palavra, que tem função de mediar a formação de um conceito e posteriormente tornar o seu símbolo (VIGOTSKY, 2000).

O desenvolvimento das funções psíquicas superiores da criança tais como: atenção voluntária, memória lógica, raciocínio lógico, formação de conceitos, são mediados pelo signo e ocorre primeiro como categoria Interpsíquica - no plano social, histórico e cultural por meio das interações dialógicas (condutas coletivas) e, posteriormente, como categoria intrapsíquica - no plano individual (interno) como a internalização das funções socioculturais dos instrumentos e objetos, conforme revela a Lei Genética Geral do Desenvolvimento formulada por Vigotsky. Disto é possível considerar que a Matemática é uma linguagem elaborada por um

sistema de signos que mediatiza a atividade psíquica humana; ela segue um trajeto do exterior para o interior.

Nesta linha de pensamento Vigotski (2006) desenvolveu o conceito de Zona de Desenvolvimento Potencial (ZDP) que permite compreender as consequências cognitivas da interação: No indivíduo há dois diferentes níveis de desenvolvimento, um efetivo (real) que se refere ao que a criança é capaz de alcançar por conta própria, sem nenhum tipo de ajuda de outra pessoa; e um proximal, que se refere àquilo que a criança não consegue, ainda, fazer sozinha, mas consegue avançar se auxiliada por outra pessoa mais experiente ou por outros tipos de recursos. O bom aprendizado é aquele que focaliza o potencial que o escolar pode desenvolver com a ajuda de parceiros mais experientes. Nisso, ganha importância as atividades realizadas em grupos e em duplas pois elas possibilitam a interlocução e a ajuda recíproca entre os interlocutores.

Estas proposições vigotskianas apontam para a necessidade de se repensar a organização social dos alunos vivenciada na escola e sua relação com a aprendizagem, considerando a organização do espaço e do tempo na escola como favorecedora das diferentes formas de se relacionar e interagir.

Neste sentido, a organização do espaço, especialmente o da sala de aula, passa a ter relação direta com a aprendizagem, trazendo implicações para a organização do trabalho pedagógico, visto que o foco do trabalho educativo se desloca do professor, como o protagonista, para às relações que estabelecem entre os sujeitos envolvidos no processo e, portanto, como corrobora Zabala (1998), se desloca da lousa para o terreno das cadeiras. O professor é visto como alguém mais capaz do que o aluno de processar e estabelecer relações possíveis entre fatos/ideias e suas representações (signos), porém seus papéis mudam. O professor deixa de ser o centro do

ensino e seu aluno deixa de ser passivo. Sua função agora é mediar às relações que o aluno estabelece com o conhecimento matemático planejando atividades ricas em significados.

Zabala (1998) pontua que o tipo de atividade, a característica do conteúdo e o objetivo educativo devem determinar a organização do espaço e disposição das cadeiras e que a organização do meio físico pode propiciar clima e ambiente que sejam favoráveis às interações entre aluno-aluno e entre aluno-professor de modo a influenciar o estado de ânimo, o interesse e a motivação do aluno, com vistas à promoção de aprendizagens.

Isso exige a superação da maneira histórica de organização e distribuição dos espaços nas escolas brasileiras, cuja finalidade reside no tripé "ordem, controle e eficácia", em que os alunos são organizados em grande grupo. O que se vê em cada sala de aula é uma sequência de cadeiras e mesas colocadas em duas ou individualmente e alinhadas de frente para a lousa e para a mesa do professor; e todo o grupo fazendo o mesmo ao mesmo tempo; os professores e alunos se dirigem ao grupo em geral por meio de exposições, demonstrações, etc. com algumas ações de atendimento individual a determinados alunos, sendo as relações rígidas e muitas vezes autoritárias (ZABALA, 1998).

Uma organização assim se explica quando o conhecimento matemático é concebido numa perspectiva tradicional de ensino, em que todo o processo ensino-aprendizagem está centrado no professor que, sendo o detentor do saber e o dono da verdade dentro de uma sala de aula, ensina por meio da transmissão de conteúdos. Nesta perspectiva o aluno aprende por cansativos treinamentos que geram a retenção de informações que devem ser armazenadas na memória, para depois serem devolvidas nas provas da mesma forma como foram ensinadas (LIMA, 2011).

Esta organização pautada na transmissão de conteúdos e controle da sala é útil quando o ensino está centrado nos conteúdos factuais que exigem a exposição oral do professor, contudo, apresenta limitações quando os conteúdos a serem ensinados são os conceituais e procedimentais, como é o caso da solução de problemas matemáticos, em que o aluno recorre aos procedimentos heurísticos e aos conteúdos conceituais para desenvolver um plano que o ajude a encontrar a resposta adequada. (ZABALA, 1998).

Para o autor tal disposição pode contribuir para manter a disciplina, a ordem, por parte do professor, mas se constitui nefasta para os alunos mais jovens, cuja atividade não deve se limitar a escutar as exposições do professor, mas deve estender-se à observação, ao diálogo, ao debate, à manipulação e à experimentação. Daí a organização do espaço se converte numa necessidade da aprendizagem, e ao mesmo tempo, num objetivo do ensino.

Neste contexto, é necessário introduzir um modelo de organização da classe que facilite à aprendizagem, entre elas, organizar os alunos em grupos ou duplas, em equipes móveis ou flexíveis, conforme propõe Zabala (1998). Este tipo de agrupamento contribui para atender às características diferenciais da aprendizagem dos alunos porque permite distribuir trabalhos em pequenos grupos; permite ao professor atender aqueles grupos ou alunos que mais necessitam; permite distribuir tarefas conforme possibilidades e interesses ou que exijam diferentes níveis de elaboração; permite uma atendimento personalizado por parte do professor; possibilita que os próprios alunos se ajudem entre si. Ainda possibilita que se considere como conteúdo de aprendizagem saber trabalhar em equipe, que implica distribuição de trabalho, colaboração entre colegas, conversação, diálogo, autonomia, corresponsabilidade (ZABALA, 1998).

Reiteramos que esta tomada de decisão para ensinar deve estar atrelada ao conteúdo que se quer ensinar e a definição de qual aluno se deseja formar. Trata-se de entender que algumas formas de agrupar os alunos oferecem mais oportunidades do que outras para realizar a aprendizagem dos conceitos científicos, foco do ensino da Matemática. Entretanto, é importante pontuar que a interação não se resume no simples agrupamento de alunos, ela exige situações reais de troca, parceria e compartilhamento de aprendizado.

Para garantir que haja interação, na instrução da tarefa é preciso deixar bem claro aos alunos que as atividades podem ser desenvolvidas de maneira colaborativa e cooperativa. Também é importante destacar que os trabalhos em grupo não excluem o trabalho e o esforço individual (ZABALA, 1998) visto que o desenvolvimento das funções psicológicas superiores também envolve o plano intrapsíquico (VIGOTSKII, 2006).

No sentido vigotskiano, "[...] o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer" (VYGOTSKY, 1989, p. 101). Assim para ensinar a Matemática, as atividades em grupo podem ser planejadas a partir do conhecimento que o professor tem de cada aluno, do conhecimento que cada um domina, considerando as interações - a relação aluno-professor, a relação aluno-aluno, a relação professor-conhecimento matemático-aluno, como essenciais para que ocorra aprendizagem e desenvolvimento.

Posto isto, fica claro que as interações sociais que ocorrem na sala de aula, bem como a organização adequada da aprendizagem considerando o espaço e o tempo são essenciais e ajudam no trabalho com a solução de problemas.

A solução do problema, de acordo com Polya exige a concepção de um plano que ajude o solucionador a resolvê-lo. Segundo Mayer (1992) é aqui que começa processo de solução propriamente dito, a grande etapa nomeada por este autor como *Solução do Problema* que, como já dito, corresponde ao planejamento e execução da solução (MAYER, 1983 apud ECHEVERRÍA, 1989; MAYER, 1992).

A realização desta etapa exige que o solucionador do problema recorra a dois tipos de conhecimento: um conhecimento heurístico ou estratégico - que ajude a estabelecer as metas e os meios úteis para alcançá-las; que possibilite a capacidade de idealizar e monitorar um plano de solução do problema (MAYER, 1992; BRITO, 2006), e um conhecimento operacional ou algorítmico - que permita levar a cabo as estratégias e planos. (ECHEVERRÍA, 1998, p. 60).

Embora o conhecimento dos recursos operacionais seja importante, no caso dos problemas não é suficiente, pois não basta conhecer uma determinada técnica ou um determinado algoritmo para usá-lo na tarefa. Gardner (1991 apud ECHEVERRÍA, 1998) chama a nossa atenção para o seguinte fato:

> [...] uma dificuldade do ensino de Matemática é a aplicação rígida de algoritmos. [...] a maneira como se costuma ensinar Matemática e a maneira como se aprende esta disciplina acaba mostrando aos estudantes que a sua educação é correta quando o problema é enunciado de forma tal que lhes permite, rapidamente, vincular os números dados a uma equação ou a qualquer outro tipo de operação Matemática. Nesta maneira de abordar o ensino presta-se mais atenção aos fatores do tipo sintático do que ao semântico; em consequência os estudantes tentam traduzir o problema a símbolos matemáticos suscetíveis de serem operacionalizados de uma forma rápida e compulsória. Este fato [...] leva a inúmeros erros na tradução do

> problema e, ao mesmo tempo, à crença de que os problemas matemáticos não têm mais do que uma forma de solução possível (GARDNER, 1991 apud ECHEVERRÍA, 1998, p. 62).

Nacarato et al. (2009), concordam que um ensino com forte ênfase nos conteúdos e algoritmos das operações em detrimento da formação de conceitos e das ideias presentes nas operações básicas de fato se constitui em uma dificuldade, pois não torna possível o pensar e o fazer matemático em sala de aula. Esta concepção de ensino consolida uma Matemática escolar reducionista, destituída de significado que leva os alunos a pensar, tão somente, que, "diante de um problema, há que fazer cálculos" (NACARATO et al., 2009, p. 89), o que o leva a ficar esperando que o professor lhe diga "qual é a "conta" a ser feita ou, simplesmente, ele se arrisca a fazer uma série de algoritmos totalmente descontextualizados.

Isso resulta, como já dito, na crença de que há somente uma forma possível de resolver as tarefas matemáticas, porque o aluno passa a ver a Matemática como uma ciência acabada e estanque, fechada em si mesmo, na qual não há a possibilidade de mudanças. Essa maneira equivocada de ensinar e aprender a Matemática faz com que os alunos concebam a maioria das tarefas como exercícios e não como problemas e, assim eles deixam de utilizar estas ferramentas de maneira estratégica, como um meio, e as empregam como um fim em si mesmas.

Os procedimentos heurísticos na Resolução de Problemas contribuem para que essas concepções sejam abandonadas e substituídas pelo desenvolvimento de estratégias mais complexas na solução de problemas matemáticos. A aplicação destes procedimentos requer que o sujeito ative os conhecimentos matemáticos prévios armazenados em sua memória de modo a combiná-los com o conteúdo do problema. Neste

processo ganha importância a estrutura da tarefa e as instruções que a acompanham, contudo

> [...] o aluno escolherá, dentre as estratégias alternativas disponíveis, aquela que melhor se encaixe na linguagem usada no enunciado do problema que está resolvendo, ao invés de procurar a representação mais eficaz, que tornaria mais fácil a solução da tarefa (SIMON, 1978 apud ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 26).

Se o aluno tem tendência a escolher o procedimento que lhe parece mais adequado para resolver a tarefa, de acordo com o seu desenvolvimento real, que muitas vezes é permeado por formas simples ou intuitivas de raciocínio, então cabe ao professor promover situações de ensino que resultem na superação destes raciocínios simplistas e na abertura de novas Zonas de Desenvolvimento Proximal, fazendo o necessário vínculo entre os conhecimentos conceituais e procedimentais, de modo a garantir um conhecimento bem estruturado, com vistas ao uso de estratégias mais sofisticadas para a solução de problemas.

Uma das dificuldades no trabalho com a Resolução de Problemas reside na visão do professor sobre a atividade proposta, que a percebe como rotineira e naturalizada e, por consequência, no momento da resolução não mostra com clareza os passos que foram tomados para obter a resposta, deixando também de buscar o sentido e o significado da atividade, pois a ele estes já estão demasiadamente evidentes. Assim a mesma tarefa é concebida de maneira diferente por professor e aluno (SCHOENFELD, 1985b apud ECHEVERRÍA, 1998):

Esta didática traz consequências para a aprendizagem do aluno, porque não deixa clara a relação entre os conceitos científicos e os procedimentos. Para evitar a quebra de vínculo entre esses conhecimentos,

Echeverría propõe que o professor seja um *modelo de comportamento* que se deve adotar na solução de problemas, que mostra e fala detalhadamente sobre cada um dos passos dados e um *"treinador"*, que faz com que as habilidades e técnicas que o aluno possui sejam utilizadas de maneira estratégica na Resolução de Problemas.

Aprofundando as ideias sobre as etapas da Resolução é importante considerar que após o planejamento das ações, começa a etapa da execução do plano – Ela corresponde ao conhecimento procedimental, o qual envolve realizar corretamente cálculos ou estratégias de cálculo, desenhos, etc. (MAYER, 1992; BRITO, 2006). Nesta etapa também ganha importância o registro escrito ou pictórico das heurísticas desenvolvidas pelo aluno, como recurso importante para a comunicação e negociação de significados, pois, segundo Nacarato et al. (2009, p. 88), é por meio deles que são explicitados "os processos de tomada de consciência dos conceitos trabalhados em sala de aula". Na perspectiva metodológica da Resolução de Problemas, os registros do aluno devem ser incentivados e valorizados. Embora a oralidade prevaleça nas aulas de Matemática, faz-se imperioso considerar que a escrita possibilita outras formas de raciocínio e relações (NACARATO et al., 2009). Assim sendo, o aluno deve ser motivado a escrever a partir do entendimento de que o seu texto irá informar ao leitor as estratégias por ele utilizadas. Trata-se de um exercício de metacognição em que o aluno é sujeito-autor (locutor) que escreve para um leitor (interlocutor) com a finalidade de compartilhar (contar) o caminho percorrido na Resolução do Problema. Segundo Miguel (2007), o uso dos recursos da comunicação nas aulas de Matemática justifica-se porque ao comunicarem ideias e maneiras de agir, os alunos precisam refletir sobre o que fizeram ou pensaram, construir esquemas mais elaborados de

pensamento, organizar pensamentos e ações, para avançar com competência no processo de conhecimento.

O registro escrito do aluno, é um recurso que possibilita: a) o trabalho interdisciplinar por meio da produção textual; b) a tomada de consciência por parte do aluno de suas crenças e suas relações afetivas com esta área do conhecimento, possibilitando um maior controle sobre o seu processo de apreensão dos conceitos matemáticos; c) a avaliação/diagnóstico que revelam ao professor as novas Zonas de Desenvolvimento Proximal que se abrem para a aprendizagem do aluno, sugerindo outras intervenções a serem feitas. Avaliação entendida numa perspectiva dialética, como processo contínuo de ação-reflexão-reflexão sobre a ação, cujo ponto de partida é o diagnóstico. Trata-se, portanto, de uma avaliação inclusiva e democrática, de caráter emancipatório, diagnóstico e processual, que tem por finalidade acompanhar o movimento das aprendizagens do aluno.

Para o professor traçar estratégias de ensino que possam contribuir para a melhoria da qualidade da aprendizagem de seus alunos é preciso que ele faça uma autoavaliação, incluindo neste processo avaliativo sua prática de ensino, pois o caráter fundamental da avaliação consiste em ajudar o aluno a aprender e o professor a ensinar. Nesse sentido, avaliar inclui romper com certa forma de avaliação já firmada na prática educativa, caracterizada como excludente, classificatória, quantitativa e repressora da criatividade e que responsabiliza exclusivamente o aluno pelo fracasso escolar

Ademais, no ambiente de aprendizagem o registro se transforma em uma ferramenta muito mais poderosa quando socializado e compartilhado com os demais alunos em sala, num movimento de comunicação constituído pelo diálogo e pela argumentação. Este trabalho

de produção de textos nas aulas de Matemática não se constitui tarefa fácil para o professor, devido à sua formação que não ocorreu nesta perspectiva e porque exige que se gaste um maior tempo da aula (NACARATO et al, 2009). Contudo, essa aproximação entre língua materna e Matemática por meio da Resolução de Problemas contribui para os processos de alfabetização e letramento e ainda ao mesmo tempo eleva o conhecimento matemático do aluno, como já mencionado neste texto (MIGUEL, 2007).

Esse trabalho de produção textual abre outras possibilidades tais como: a elaboração de textos de problemas pelo aluno e a revisão coletiva destes textos nas aulas de Matemática. Importa que a produção textual dos alunos não se resuma à comunicação de estratégias utilizadas na Resolução de um Problema proposto pelo professor ou pelo livro didático, maneira mais usual de se trabalhar situações problemas, mas que avance para a elaboração de problemas por parte do aluno, de modo que ele seja desafiado não mais a apenas solucionar problemas, mas a criar um (NACARATO et al, 2009).

A decisão do professor por uma prática orientada por estes fundamentos passa pelo o rompimento com a cultura tradicional de ensino de Matemática - mais preocupada com o cumprimento de programas curriculares que priorizam a quantidade de conteúdos, em favor de um projeto que visa o desenvolvimento de competências matemáticas para a democracia e cidadania.

Representa, sobretudo, um esforço para a superação de uma prática pedagógica que nos primeiros anos de escolaridade tem priorizado os processos de aquisição da leitura e da escrita em detrimento da Matemática, que relegada a segundo plano, como se não fosse componente fundamental da alfabetização, é tratada de forma descontextualizada,

desligada da realidade, das demais disciplinas e até mesmo da língua materna (MIGUEL, 2007).

Concordamos que as práticas de leitura e escrita são essenciais na elaboração conceitual em Matemática, porque compreendemos a Matemática como **linguagem** e como componente do processo de alfabetização/letramento em que o processo de ensino e aprendizagem da língua materna deve envolver situações matemáticas. Em síntese: "quando o aluno fala, lê, escreve ou desenha, ele não só mostra quais habilidades e atitudes estão sendo desenvolvidas no processo de ensino, como também indica os conceitos que domina e as dificuldades que apresenta" (NACARATO et al., 2009, p. 45).

Retomando as etapas de solução de problemas, relembramos que a fase da execução do plano termina no registro escrito da resposta, como parte que integra a resolução. Posteriormente ao delineamento do plano, à sua execução, e à obtenção do resultado, chega-se à última etapa: a análise da solução alcançada. Equivale, segundo Brito (2006), à fase do monitoramento, cuja finalidade é rever as estratégias utilizadas, se há erros etc., e se a resposta é coerente ao problema resolvido.

Segundo Echeverría e Pozo (1998) esta fase possui dois objetivos:

> De um lado, a pessoa que soluciona problemas avalia se alcançou ou não a meta e se deve, por isso, revisar o seu procedimento. De outro, do ponto de vista didático, pode servir para ajudar o aluno a tornar-se consciente das estratégias e regras empregadas e, dessa forma, melhorar sua capacidade heurística (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 27).

No processo de análise da solução alcançada, os erros cometidos pelo aluno são considerados como uma fonte de informação para orientar

o professor em novas intervenções didáticas e também para autoavaliação do aluno, pois não são vistos como fracasso, e sim como um conhecimento que o aluno construiu de alguma maneira.

Echeverría (1998) recomenda que esse trabalho de análise e avaliação seja realizado em aula de forma conjunta e em pequenos grupos, para que o aluno individualmente ou em grupo tenha a oportunidade de explicitar e justificar sua compreensão da tarefa, as ferramentas e as técnicas utilizadas, o objetivo e a ordem, pois é importante que se evidencie na sala de aula como diferentes alunos chegaram ao objetivo estabelecido em cada tarefa; como uma mesma atividade pode ser resolvida por diferentes caminhos; como a mesma estratégia pode ser aplicada a diferentes problemas, com vistas a possibilitar a autonomia (aos estudantes) no processo de formação de conceitos científicos (pelos estudantes). É neste momento, pois, que alunos e professores de maneira colaborativa analisam a formação do processo de desenvolvimento do pensamento lógico-matemático do aluno, bem como evidenciam a relação entre a língua materna, seja na modalidade oral ou escrita, e a Linguagem Matemática.

Ressaltamos que na perspectiva metodológica todas as etapas da solução do problema são importantes, visto que todas elas são organicamente constituídas e estabelecem relação umas com as outras e, sendo assim, o foco da análise está no processo completo de resolução e não exclusivamente nos resultados finais.

O que foi explicitado até aqui já nos permite entender que a solução de problemas envolve a questão metodológica e também abrange aspectos cognitivos e afetivos que interferem nos processos de solução de problemas. Assim sendo na sequência apresentaremos, de maneira sucinta, os aspectos cognitivos relacionados aos processos de solução de problemas.

Aspectos cognitivos e afetivos que interferem nos processos de solução de problemas

Abordaremos aqui os aspectos cognitivos relacionados à "capacidade para a solução de problemas", em Chi e Glaser (1992), e a "capacidade para a Matemática", em Mayer (1992) e, por fim, a solução de problemas como conteúdo procedimental, em Pozo e Angón (1998). Alguns desses princípios já foram apresentados anteriormente neste texto, mas serão aqui complementados com a preocupação de mostrar, sobretudo, porque as pessoas diferem na capacidade para a solução de problemas e as implicações destes conhecimentos na formação destas capacidades.

Chi e Glaser (1992) ao enfocar a capacidade dos indivíduos para a solução de problemas consideram-na como uma atividade cognitiva; uma habilidade cognitiva complexa, que caracteriza uma das atividades humanas mais inteligentes. Também Brito (2006), em seus estudos sobre os aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas, que toma por base a abordagem cognitiva de solução de problemas centrada na teoria do processamento de informações, define a solução de problemas como uma atividade mental superior ou de alto nível que envolve o uso de conceitos e princípios para atingir a solução.

Entendida como um processo cognitivo que busca a transformação de uma dada situação em uma situação dirigida a um objetivo, quando um método óbvio de solução não está disponível ao solucionador, a solução de problema possui quatro caraterísticas: "é cognitiva, é um processo, é dirigida a um objetivo e é pessoal" (BRITO, 2006, p. 18).

Para Chi e Glaser (1992), as pessoas se diferem no processo de solução de problemas, as crianças dos adultos e os especialistas dos novatos,

e estas diferenças estão baseadas em processos cognitivos e organizações mentais. Dois importantes fatores que influenciam na solução de problemas são a *natureza da tarefa* e o *tipo de conhecimento trazido para o problema pelo indivíduo que o solucionará*, pois este conhecimento prévio é determinante na representação do problema e ajuda o sujeito a recuperar na memória os procedimentos adequados para a solução do mesmo.

Segundo estes autores, para solucionar um problema, o indivíduo deve aplicar um conjunto de operações bem definidas para transformar o estado inicial em estado desejado. Este conjunto de operações possíveis é denominado *Espaço de solução do problema* e diferencia solucionadores mais talentosos dos menos talentosos. Este espaço contém muitos trajetos possíveis, mas apenas um (ou uns poucos) levam ao estado desejado (CHI; GLASER, 1992, p. 255-256).

O que distingue um solucionador realmente habilidoso de outro menos habilidoso é que o primeiro possui uma representação do problema mais precisa e é capaz de escolher o melhor trajeto para a solução, sem considerar todos os outros trajetos, reduzindo assim o *espaço do problema*. O outro, menos talentoso, ao excluir restrições necessárias ou ao adicionar restrições desnecessárias à representação do problema, a torna menos clara e fazendo assim, aumenta o *espaço do problema* tornando o trajeto correto mais difícil de ser encontrado (CHI; GLASER, 1992).

Assim, o sucesso ou insucesso na solução de problemas encontrados na sala de aula e na vida cotidiana é definido pela representação inicial do problema. Tal representação, de alguma forma, é determinada pelos conhecimentos prévios que o solucionador traz para o problema; estes conhecimentos, que são concebidos na memória por um esquema, orienta a recordação de procedimentos apropriados à solução. Estes procedimentos são recuperados na memória e aplicados à situação,

aperfeiçoando esquemas já existentes em sua estrutura cognitiva (CHI; GLASER, 1992).

A constatação acima remete ao conceito de Esquemas: a estrutura de conhecimentos anteriores do sujeito é organizada por estruturas de recordações - os esquemas. A função destes esquemas não se restringe a expressar um conhecimento adquirido por meio da experiência, mas consiste ainda em construir interpretações das novas situações (CHI; GLASER, 1992).

Para Chi e Glaser (1992), o conceito de esquemas em mente é fundamental para se observar em maiores detalhes a maneira como o conhecimento e sua organização afetam a solução de problemas sendo importante para ajudar a pensar como as representações de problemas são formadas. No que se refere à representação e tradução do problema, o autor chama à atenção para o fato de que bons solucionadores de problemas não se deixam enganar por aspectos superficiais de um enunciado de um problema, porque seu entendimento está amparado na complexidade e totalidade de seus esquemas. Este é um dos aspectos que evidenciam a "capacidade na solução de problemas".

Sobre a solução de problemas específicos da Matemática, Mayer (1992) indaga: o que bons solucionadores de problemas possuem que os outros não têm? Por que nem todos os sujeitos obtém o mesmo desempenho na solução de um problema? Para o autor, trata-se da "Capacidade Matemática". Para compreender a natureza de tal capacidade, o autor diferencia duas abordagens básicas: uma *psicométrica* e outra do *processamento de informação*.

Na primeira, a Capacidade Matemática seria correspondente à capacidade para um bom desempenho nos testes matemáticos e, na

segunda, a Capacidade Matemática seria definida como o conjunto de todas as operações cognitivas, habilidades e conhecimento matemático. A abordagem do *processamento de informação* supera algumas dificuldades da outra abordagem, pois ela se preocupa, por exemplo, com os aspectos cognitivos e os conhecimentos necessários para a solução de um problema: que operações mentais e conhecimentos são necessários para a solução de um problema?

Portanto, para Mayer (1992), a "capacidade para a Matemática" na solução de problemas pode ser analisada tomando como referencial os tipos de conhecimentos componentes das tarefas matemáticas, já mencionados neste texto: O *conhecimento linguístico*; o *conhecimento factual*; o *conhecimento do esquema*; o *conhecimento de estratégias*; o *conhecimento algorítmico*. Esses conhecimentos evidenciados por Mayer (1992) não podem ser acionados se eles não estiverem conectados aos conhecimentos maiores necessários à solução de problemas: O conhecimento declarativo e o conhecimento de procedimentos.

O primeiro refere-se a "saber que" (conhecimentos sobre conceitos e fatos) sendo de fácil verbalização, e o segundo a "saber como" (conhecimento de técnicas e estratégias). Anderson (1983 apud POZO; ANGÓN, 1998) destaca as principais diferenças entre o conhecimento declarativo e o procedimental. Veja na tabela abaixo:

Tabela 4 - Diferenças entre conhecimento declarativo e procedimental

Conhecimento Declarativo	Conhecimento Procedimental
- Consiste em saber o quê.	- Consiste em saber como.
- É fácil de verbalizar.	- É difícil de verbalizar.
- Possui-se tudo ou nada.	- Possui-se em parte.
- Adquire-se de uma vez.	- Adquire-se gradualmente.
- Adquire-se por exposição (aquisição receptiva).	- Adquire-se por prática (aquisição por descobrimento).
- Processamento essencialmente controlado.	- Processamento essencialmente automático.

Fonte: POZO; ANGÓN, 1998, p. 141

Embora distintos, esses conhecimentos deveriam coincidir e inter-relacionarem-se, mas na prática isso nem sempre ocorre, pois um deles, em geral, se destaca. Segundo os autores, no caso da solução de problemas, os alunos muitas vezes têm conhecimentos conceituais ou verbais, mas não são capazes de utilizá-los no contexto de uma tarefa concreta. Sabem dizer algo - e o fazem no dia do exame - mas não sabem fazer nada ou quase nada com esse conhecimento. O contrário também ocorre com os professores que muitas vezes sabem resolver os problemas que propõem aos seus alunos, mas sem sempre sabem explicar os passos que deram para solucionar o problema - sabem fazer, mas não sabem dizer. Assim a função dos conhecimentos de procedimentos é justamente converter conhecimentos declarativos, em procedimentos automatizados que, de outro modo, seriam difíceis e complexos de colocar em ação (POZO; ANGÓN, 1998).

Neste entendimento, a solução de problemas, embora não possa ser desvinculada dos conteúdos conceituais ou das atitudes, tem caráter essencialmente procedimental como conteúdo educacional, já que exige que os alunos coloquem em ação uma sequência de passos preconcebido e orientado para alcançar uma meta.

É na operação desta sequência de passos que o professor que ensina a Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental pode tentar entender porque alguns alunos são bons solucionadores de problemas enquanto outros não são tão talentosos assim.

Em síntese, Mayer (1992), aponta algumas causas que diferenciam os pessoas na solução de problemas matemáticos: Na *tradução do problema*, uma causa recorrente de insucesso do aluno dos primeiros anos de escolaridade, está ligada à compreensão das expressões linguísticas, especificamente as proposições de relação; Na *integração do problema*, os alunos podem diferir nos detalhes de seu conhecimento de diferentes tipos de problemas e estas diferenças podem estar relacionadas com o conhecimento de esquemas. Inicialmente, a criança tem a tendência de utilizar um mesmo esquema para todos os tipos de problemas, porém com o aumento de sua experiência como solucionadora de problemas ela desenvolve esquemas adicionais (MAYER, 1992).

Na fase de *planejamento*, os indivíduos podem diferenciar-se na capacidade para solucionar problemas, e isso possivelmente pode estar relacionado ao conhecimento de estratégias. A escolha da estratégia pelo aluno depende da forma de apresentação do problema (por exemplo: formato de estória, formato em sentença) (MAYER, 1992).

Neste sentido, Mayer (1992) mostra por meio de uma experiência desenvolvida por Schoenfeld (1979) que os indivíduos treinados a

solucionarem determinados tipos de problemas, aos quais foram-lhes ensinadas algumas estratégias de resolução, obtêm mais sucesso na solução dos mesmos tipos de problemas trabalhados do que outros indivíduos que não são treinados. (MAYER, 1992).

Na fase de *execução*, as pessoas podem diferir na sofisticação, correção e automatismo de seus algoritmos para as operações básicas. Isso é comprovado nos estudos de Brown e Burton (1978 apud Mayer, 1992) sobre o desempenho de cálculo de 1325 alunos sobre problemas de subtração: existem as diferenças individuais no conhecimento destes alunos sobre o algoritmo da subtração.

Os estudos realizados pelo Grupo de Pesquisas em Psicologia da Educação Matemática - PSIEM apontam que o desenvolvimento das habilidades matemáticas exige que desde o início da escolaridade, ao se trabalhar a solução de problemas aritméticos verbais, o professor fique atento aos seguintes itens: a) compreensão do texto; b) representação do problema; c) categorização do problema; d) estimativa de solução; e) planejamento da solução; f) autoavaliação do procedimento; g) autoavaliação do cálculo; h) redação da resposta, que levaria o aluno a uma nova leitura da proposição do problema e compreensão do texto (BRITO, 2006).

Vale dizer que um dos aspectos essenciais do pensamento matemático reside na capacidade de o indivíduo usar procedimentos diversos, distintos dos padrões convencionais, isto é, solucionar problemas utilizando outros métodos que não os algorítmicos. Não se trata aqui de dar menos importância ao uso de algoritmos na solução de problemas, pois são ferramentas importantes para alcançar eficácia na solução de um problema; trata-se sim de lembrar que muitos alunos apesar de conhecerem e aprenderem estas técnicas operatórias, não conseguem aplicá-las

adequadamente para resolver um problema, porque não compreendem seus conceitos (CAI et al., 1998; KRUTETSKII, 1976, apud BRITO, 2006).

Das perspectivas teóricas acima mencionadas, podemos dizer que o ensino da Matemática na perspectiva metodológica da Resolução de Problemas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental deve ter por objetivo impulsionar nos alunos o domínio dos conceitos científicos que permita a formação do Pensamento Teórico. Neste contexto o professor é quem organiza situações pedagógicas para que o estudante desenvolva a capacidade de buscar soluções para os problemas apresentados, ou seja, seu o papel basilar reside em organizar situações de ensino que possibilite ao aluno a criação de estratégias de solução de problemas.

A partir do entendimento de que a metodologia da Resolução de Problemas se constitui em um caminho para ensinar os conteúdos matemáticos. Na sequência apresentaremos algumas ideias que nos ajudam a pensar o ensino de Números e Operações no contexto didático da Resolução de problemas. Esta delimitação se justifica porque este Eixo ocupa lugar de destaque nas práticas pedagógicas dos professores investigados neste livro.

NÚMEROS E OPERAÇÕES

Neste capítulo abordaremos questões teóricas referentes ao Eixo Curricular "Números e Operações", buscando demonstrar o movimento teórico ocorrido em relação a essa temática nas últimas décadas. Esta abordagem se justifica porque a maioria das situações didáticas organizadas pelos professores investigados, correspondem a este Eixo Curricular. As ideias aqui apresentadas contribuem para entender como se configuram suas práticas pedagógicas no ensino de Números e Operações e o sentido que atribuem a este ensino.

Assim, num primeiro momento, recorremos à Ocsana Sônia Danyluk (2015), a qual desenvolveu pesquisas sobre a *Alfabetização Matemática* que nos ajudam a pensar a Matemática como componente de alfabetização, ou seja, como elemento fundamental de respaldo aos processos de leitura e escrita ainda se constitui como dimensão pedagógica a ser mais explorada no cotidiano da escola.

Por não desconsiderarmos que, no Brasil, o estudo em relação ao número está fortemente ligado à teoria de Jean Piaget e que as reformas curriculares têm uma marca construtivista, apresentamos de maneira sucinta as propostas de Constance Kamii (1995) para o ensino da Aritmética nos Anos Iniciais escolares, pois a autora ao analisar a aplicação destes conhecimentos na prática pedagógica de professores, faz importante crítica sobre os pressupostos das práticas tradicionais de ensino. Recorremos ainda às ideias de Délia Lerner de Zunino (1995) que evidenciam alguns avanços em relação a este pensamento, pois apontam

para a necessidade de se pensar como os fatores socioculturais e as interações (aluno-aluno, aluno-professor) interferem na aprendizagem.

É importante dizer que as críticas e contribuições tecidas por Kamii e Zunino em relação ao estudo dos Números e Operações são pertinentes para mostrar os avanços teóricos alcançados, mas, considerando os limites das teorias defendidas por estas autoras, adotamos a Teoria Histórico-Cultural, como referencial que pode contribuir na compreensão destas ideias.

Considerando ainda que em países como Portugal e Holanda importantes estudos sobre o Sentido de Número vêm sendo desenvolvidos, apresentamos as ideias de Joana Brocardo e Lurdes Serrazina (2008). Estas autoras discutem o modo como o tema dos números e das operações tem sido pensado em termos do currículo de Matemática e propõem que o ensino da Matemática na escola deve desenvolver o Sentido de Número. Especificamente, estas autoras analisam posições relativas ao peso a se dar às técnicas de cálculo e à sua integração num trabalho que foca o desenvolvimento de capacidades como as de resolver problemas ou de criticar ideias e argumentar. Assim fazendo trazem importante contribuição a respeito dos algoritmos, do cálculo mental e dos recursos. Na esteira deste pensamento, mostramos alguns indicadores de Sentido de Número, resultado dos estudos da pesquisadora brasileira Alina Galvão Spinillo (2006).

Para Danyluk (2015), a Matemática é uma linguagem e, semelhante a língua materna, é uma produção humana que se dá nas relações vividas e está intrinsecamente ligada à cultura, à história e ao social. Trata-se de uma linguagem de abstração completa que, assim como a língua materna, utiliza-se de signos para comunicar significados

matemáticos. Ela pode ser compreendida e possui um significado. Essa linguagem é expressa pelo Discurso Matemático e deve ser lida pelo aluno.

> O Discurso Matemático é a articulação inteligível dos aspectos matemáticos compreendidos, interpretados e comunicados pelo homem, dentro de uma civilização. [...] É nessa unidade relacional entre homens que estão em uma mesma comunidade que a Linguagem Matemática pode ser compreendida, interpretada e expressa e, desse modo, lida (DANYLUK, 2015, p. 24-25).

Para Danyluk (2015, p. 25), "a leitura da Linguagem Matemática ocorre a partir da compreensão e da interpretação dos signos e das relações implícitas naquilo que é dito de Matemática". Ainda para essa autora, "[...] a escrita faz com que a compreensão existencial e a interpretação desenvolvidas sejam fixadas e comunicadas pelo registro efetuado" (DANYLUK, 2015, p. 243). Nesta perspectiva, uma pessoa é considerada alfabetizada matematicamente quando é capaz de realizar o ato de ler a Linguagem Matemática encontrando significado, ou seja, consegue entender o que lê, e é capaz de escrever o que entende a respeito das primeiras noções de lógica, de Aritmética e de Geometria (DANYLUK, 2015).

A *Alfabetização Matemática,* portanto, "diz respeito aos atos de aprender a ler e a escrever a Linguagem Matemática, usada nas séries iniciais da escolarização" (DANYLUK, 2015, p. 26). Ela é entendida "como fenômeno que trata da compreensão, da interpretação e da comunicação dos conteúdos matemáticos ensinados na escola, tidos como iniciais para a construção do conhecimento matemático" (DANYLUK, 2015, p. 26).

Outra contribuição importante destes estudos é a constatação de que as crianças quando chegam à escola trazem consigo muitas ideias matemáticas e familiaridade com uma diversidade de conceitos matemáticos dos quais elas farão uso como objeto de seus estudos. Em suas escritas sobre quantidades numéricas aparecem relações matemáticas em processo de construção: "a de *agrupamento*, a de *contagem e correspondência*, a *comparação*, a percepção de: *tamanho, altura, quantidade, diferença, peso, sentido, direção e ordem*" (DANYLUK, 2015, p. 196). Além disso, as ideias de retenção do todo e signos.

O fato é que elas possuem informações, contatos e leituras de textos matemáticos antes de ingressarem na escola, apropriados no contexto sociocultural onde vivem, no convívio com a família, com seus amigos, em suas brincadeiras, em suas comunidades, em suas culturas (DANYLUK, 2015, p. 226, 239). Por isso, no processo de Alfabetização Matemática Escolar, o texto deve ser tomado como instrumento de mediação entre "tradição, horizontes de compreensão, contexto social, história, conteúdo a ser ensinado, professor e estudante" (BICUDO, 1991 apud DANYLUK, 2015, p. 13).

No início da escolarização, o professor pode elaborar atividades que possibilite ao aluno que seja capaz de atribuir o significado àquilo que o Discurso Matemático propaga, conduzindo-o "à compreensão, interpretação, comunicação e transformação daquilo que leem em Matemática" (DANYLUK, 2015, p. 15). Porém, a leitura do texto matemático se torna complicada, se o estudante não compreende o sentido dos símbolos apresentados.

Vale dizer que os significados das coisas do mundo não se encontram nos objetos, nem no sujeito, mas são apropriados nas relações do homem com os objetos e com os outros (DANYLUK, 2015). Neste

entendimento, “a construção das ideias matemáticas se dá no movimento dialético de relações construídas e reconstruídas, em que o ser humano organiza suas ideias e se revela em expressão, ou seja, comunica a inteligibilidade do que compreendeu e interpretou” (DANYLUK, 2015, p. 239).

Um problema apontado pela autora é que há pouco conhecimento sobre como ocorre a aquisição da Linguagem Matemática antes de a criança ser iniciada nela. Os professores, normalmente, ensinam a Matemática como se estivessem alfabetizando em outra língua, e desconsideram o caminho matemático já percorrido pela criança antes da aprendizagem formal (D’AMBRÓSIO, prefácio apud DANYLUK, 2015, p. 9). Em suas práticas pedagógicas são comuns as preocupações com a repetição e memorização de algarismos isolados; as crianças são pouco incentivadas a construírem ativamente conceitos matemáticos e, além disso, não é dada importância à criação de um ambiente de Alfabetização Matemática para desafiar o estudante a resolver situações matemáticas significativas (DANYLUK, 2015, p. 14).

Outra dificuldade procede da concepção que permeia o ideário pedagógico do professor dos primeiros anos escolares, que consiste no entendimento de que as crianças precisam aprender a ler e a escrever para, então aprender Matemática. Neste entendimento os professores priorizam o estudo das letras em detrimento dos números. Contudo, o estudo de Danyluk, mostrou que as crianças pesquisadas (4 e 5 anos) antes de entrarem na escola não estabelecem fronteiras entre o que é da Matemática e o que é da língua materna e demonstram perceber que letras e números podem ser lidos e escritos. Por isso, defende que a Matemática tanto quanto a Língua Portuguesa deve ser componentes da alfabetização; o

reconhecimento das letras e dos números deve ser abordado desde cedo e receber igual atenção (DANYLUK, 2015, p. 240).

> A língua materna tanto quanto a Matemática são dois dos componentes da alfabetização que são mostrados por uma linguagem repleta de signos. Tanto letras como números são signos que podem ser lidos e escritos. Letras e números, portanto, são signos que fazem parte de sistemas de representações, os quais foram criados e adotados convencionalmente pelos homens para realizar registros (DANYLUK, 2015, p. 240).

Nesta visão, o trabalho nas classes de alfabetização deve considerar a relação de interdependência entre o ensino da Matemática e o ensino da língua materna; a dependência mútua entre os sistemas de representação (língua materna e Matemática); a relação de troca e complementaridade entre as duas disciplinas escolares (a Língua Portuguesa e a Matemática). Essa consideração justifica-se na constatação de que o processo de composição da escrita alfabética passa por um processo semelhante ao utilizado usualmente na representação dos números (MACHADO, 1990 apud DANYLUK, 2015). Os registros matemáticos das crianças não são destituídos de significados, pelo contrário, são produções criativas e espontâneas e possuem exatidão.

Assim compreendendo, a estudiosa defende que a escrita e a leitura das primeiras ideias matemáticas devem fazer parte do contexto geral de alfabetização, juntamente com as primeiras noções das diversas áreas do conhecimento. Entretanto, Miguel (2007) salienta que nos primeiros anos de escolaridade, a Matemática não tem sido vista como componente de alfabetização, ao contrário, tem sido relegada a segundo plano e ainda

tratada de forma descontextualizada, desligada da realidade, das demais disciplinas e da língua materna.

A nosso ver, nos Anos Iniciais, a Matemática deve ser lida e interpretada de tal forma que as crianças consigam manter uma relação favorável com a aprendizagem dos números e operações, de modo que características percebidas nas crianças participantes da pesquisa realizada por Danyluk (2015), tais como: a camaradagem, o gosto pelo partilha do conhecimento, a facilidade em comunicar suas ideias e serem reciprocamente entendidas, a espontaneidade na efetivação de seus registros, a solicitude, não sejam tolhidas pela escola e resulte em desgosto pela aprendizagem da Matemática e sentimento de frustração. Para a pesquisadora, é nesta interação que flui a possibilidade de aprender.

Neste sentido, a autora alerta que ao longo da vida a pessoa pode desenvolver gosto ou aversão pela Matemática; pode desenvolver sentimentos de curiosidade, medo e indiferença. Assim cabe a escola zelar pelo gosto e interesse da criança pela Matemática, cuidando da construção da Linguagem Matemática de modo que ela mantenha uma boa relação com a Matemática ensinada na escola.

Contudo, quando as escolas ensinam tradicionalmente a Matemática, elas impõem grandes limites à construção deste saber, pois segundo Constance Kamii (1995), na Instrução Tradicional a criança deixa de ser encorajada a pensar ativa e autonomamente em todas as situações e é ensinada a produzir respostas certas. Nesta visão, o ensino da Aritmética consiste em possibilitar à criança apenas contar, arquivar na memória, rememorar e, mecanicamente, seguir regras que treinam, por exemplo, a somar colunas da direita para a esquerda. Trata-se de um ensino baseado em pressupostos equivocados sobre como as crianças pequenas aprendem aritmética, aliás, encaminha-se no sentido contrário àquele pelo

qual as crianças pensam. Segundo esta autora, "se lhes dissermos que a maneira de efetuar 13 + 13 é 3 + 3 e 10 + 10, teremos apresentado uma regra que contraria a forma com que as crianças pensam. Elas consideram 13 como sendo 10 e 3, não como 3 e 10" (KAMII, 1995, p. 32-33).

Assim, embasada na teoria de Jean Piaget, conhecida como construtivismo, sobretudo, no que se refere à Aritmética Básica, Kamii (1995) defende que o ensino da Aritmética nos primeiros anos escolar deve ser reinventado, no sentido de levar em consideração seu processo de construção, de modo a ajudar a criança a desenvolver seu próprio raciocínio lógico-matemático.

Pretender que as crianças reinventem a Aritmética implica em superar a ideia de que podemos simplesmente ensiná-las mecanicamente a somar, subtrair, multiplicar e dividir. Segundo a autora, trata-se de entender que o conhecimento não se origina no ambiente externo, sendo adquirido pela criança por meio de uma interiorização por intermédio dos sentidos, como preconiza os pressupostos empiricistas, mas que as crianças adquirem os conceitos de número e operação por meio de uma construção interna.

A autora esclarece que existe diferença entre o conhecimento empírico e o conhecimento lógico-matemático e que isso pode ser melhor entendido se considerarmos que Piaget faz a distinção da existência de três tipos de conhecimentos interligados: o conhecimento físico, o conhecimento social e o conhecimento lógico-matemático. Kamii (1995) chama a nossa atenção para o fato de que tradicionalmente os educadores matemáticos não fazem a distinção entre os três tipos de conhecimentos e acreditam que a Aritmética deva ser interiorizada a partir dos objetos e das pessoas desconsiderando o elemento mais importante da Aritmética, que é o conhecimento lógico-matemático.

Para Kamii (1995), existem duas maneiras de conceber o aprendizado da Aritmética: a teoria da aprendizagem tradicional e a teoria da aprendizagem por abstração reflexiva (construtiva). Na teoria da aprendizagem tradicional quase todos os autores de coleções de Matemática dividem o aprendizado em quatro níveis básicos: 1) Nível concreto: contagem de objetos reais. 2) Nível semiconcreto: contagem com objetos em figuras. 3) Nível simbólico: uso de números escritos 4) Nível abstrato: generalização das relações numéricas (KAMII, 1995).

Em se tratando da teoria da aprendizagem por abstração reflexiva (construtiva), a autora remete à Piaget que faz uma distinção importante entre abstração reflexiva (construtiva) e empírica (simples), essa se refere à abstração de propriedades a partir dos objetos, onde a criança focaliza certa propriedade e ignora outras, enquanto que aquela envolve a construção de relações entre os objetos, ou seja, trata-se de abstração feita pela mente.

Kamii (1995) mostra com clareza que o conhecimento deve ser organizado em torno das estruturas lógico-aritmética e espaço-temporal construídas pela criança por meio de abstração reflexiva, em processo de equilibração, sendo que tais estruturas agrupadas resultam na estrutura lógico-matemática.

O exposto nos parágrafos precedentes traz implicações para a Aritmética: não adianta a criança memorizar conceitos matemáticos, é necessário compreendê-los; Não basta o uso pelo uso do material concreto, pois o objeto é um instrumento e não um fim em si mesmo, ou seja, o fato matemático é sempre uma ação interiorizada em pensamento e se constitui por mediações de naturezas diversas; não bastam nem mesmo todas as figuras nos livros didáticos, porque as crianças não obtêm seu conhecimento lógico matemático *a partir de figuras*; é necessário a intervenção do professor de modo que o uso do objeto, somados à ação do

sujeito sobre o objeto e a reflexão sobre o objeto produzam aprendizagens significativas (KAMII, 1995).

Nesta linha de pensamento, a pesquisadora questiona a eficácia da estratégia, utilizada pelos professores para ensinar o sistema de dezenas, que consiste em agrupar objetos reais, por exemplo, em maços de dez canudos, ou o uso de qualquer outro material de base dez. Não se trata de aconselhar o não uso de materiais manipulativos para o ensino da Matemática, mas sim de apontar um problema: os professores consideram que basta partir do uso de objetos concretos manipuláveis, depois prosseguir para contagem de figuras de objetos até chegar ao nível simbólico; fazendo assim omitem completamente as relações mentais que a criança tem que estabelecer entre os objetos a fim de quantificá-los numericamente (KAMII, 1995).

Para esta estudiosa, esta estratégia resulta da concepção de que o nosso sistema de escrita convencional pode ser feito fora do aprendiz e desconsidera que a criança deve construir o sistema decimal - o sistema de dezenas sobre o sistema de unidades - por abstração construtiva que envolve, sobretudo, a síntese de ordem e inclusão hierárquica.

Nacarato (2005) salienta que na década de 90 já se discutia sobre o mito do material manipulável, ou seja, a crença de que a manipulação de material concreto garantiria a aprendizagem da Matemática. Para a autora, não é o simples uso de materiais que possibilitará a elaboração conceitual por parte do aluno, mas a forma como esses materiais são utilizados e os significados que podem ser negociados e construídos a partir deles.

Para Miguel (2016), o trabalho com números e operações exige desmistificar a questão da utilização de material concreto, pois o discurso pedagógico atual, ora superestima a funcionalidade desses materiais na

compreensão dos conceitos matemáticos, ora alega que o fato matemático é abstrato, lógico e formal e envereda-se por caminhos tão formalizados que à criança deve restar a ideia de que trata-se de um assunto que nada tem a ver com o seu mundo. E assim recomenda:

> [...] para a criança é sempre importante criar situações pedagógicas que lhes permitam visualizar os fatos fundamentais das operações, levantar hipóteses, testá-las, poder voltar atrás e refazer a trajetória, o que não é possível quando se pauta apenas em raciocínios simbólicos e formais. Do mesmo modo, cumpre alertar para o fato de que o sujeito não retira do material concreto o fato matemático que se concretiza sempre como raciocínio logicamente encadeado, abstrato e formalizável (MIGUEL, 2016, p. 385).

Para Miguel (2016), o material dourado, por exemplo, é um recurso pedagógico que permite à criança visualizar a operação aritmética da subtração e voltar a estágios anteriores de raciocínio, o que se revela de difícil consecução apenas pelo cálculo abstrato. Sem o apoio desta ferramenta pedagógica, as crianças são expostas a complexas e intermináveis ações de "emprestar", quase sempre não compreendidas. Para o autor, o ensino da Matemática para crianças requer que se entenda o observável, o concreto, o empírico, o manipulável, o simbólico, o abstrato e o formal como instâncias do conhecimento que não são excludentes, pelo contrário, se complementam dialeticamente.

Outro problema da Instrução Tradicional, segundo Kamii (1995), é que a subtração vem imediatamente após a adição, como uma mera inversão da adição. A sequência do ensino deveria ser, provavelmente, adição, multiplicação, subtração e divisão (KAMII, 1995). Esta autora aconselha aos estudiosos da temática que a multiplicação e a divisão sejam

apresentadas às crianças desde o início do ano, simultaneamente com outras operações.

A maior diferença entre os objetivos de Kamii e dos livros tradicionais é que, enquanto o Ensino Tradicional busca ensinar técnicas específicas, uma após a outra, ela propõe que as crianças, ao invés de serem ensinadas a somar, subtrair, multiplicar e dividir, sejam incentivadas a pensar matematicamente, usando seus próprios meios para resolver os problemas e a construir por si mesmas, procedimentos gradativamente mais eficazes. As atividades a serem propostas no ensino da Aritmética podem considerar as rotinas diárias, semanais ou mensais - lista de presença, escolha do lanche e contagem de dinheiro, registro de tempo para idas ao banheiro, votação, visitas ao centro de mídia (uso de computadores), verificação se peças de jogo não foram perdidas, pagamento de material escolar - outras são situações ocasionais (KAMII, 1995).

Vale dizer que nesta abordagem, as crianças não são incentivadas a registrarem seus raciocínios. O registro é realizado prioritariamente pelo professor na lousa e de modo a atender dois objetivos: 1) mostrar ao aluno que entendeu seu raciocínio; 2) ajudar o restante dos alunos a seguir a explicação. Com isso se pretende que as crianças não fiquem dependentes de lápis e papel e fiquem presas a regras pré-fabricadas, como ocorre na Instrução Tradicional. A prioridade está em encorajar as crianças a desenvolverem ações mentais e seus próprios raciocínios (cálculo mental, estimativas). O foco do ensino está na abstração (conhecimento lógico-matemático) e não na representação (conhecimento social).

Sobre a criança escrever mais ou escrever menos nas aulas de Matemática concordamos com as ideias de Nacarato et al. (2009) sobre a importância do registro, já explicitadas neste texto. Nesta perspectiva, a

criança deve ser incentivada a escrever para registrar seus raciocínios, sendo que tais registros devem ser valorizados pelo professor. Não se trata de escrever um grande enunciado sobre uma temática, sobre um problema, nem tampouco de encher o caderno de atividades copiadas da lousa, trata-se de dar a oportunidade à criança de escrever e fazer um registro detalhado de acordo com sua aprendizagem. Fazer isso não irá distrair a criança do debate.

Podemos considerar que os estudos de Kamii desenvolvidos na esteira do pensamento de Piaget se constituem num avanço para a Educação Matemática de crianças, porque apontam os pontos frágeis e equivocados presentes na prática de ensino desta área do conhecimento nos primeiros anos de escolaridade; questionam os pressupostos teóricos que subsidiam a perspectiva tradicional de ensino; e, sobretudo, porque propõem uma abordagem alternativa para este ensino - a construtivista - especialmente sobre o aprendizado da Aritmética por parte das crianças.

Outra contribuição importante consiste na afirmação de Kamii (1995) que a fonte do conhecimento lógico-matemático está no pensamento e não nos objetos: "[...] o conhecimento lógico-matemático tem sua origem no interior da mente da criança que constrói relações e as sobrepõe aos objetos. A atividade essencial para a criação por parte da criança do conhecimento lógico-matemático é a abstração construtiva" (KAMII, 1995, p. 88).

Entretanto sobre as ponderações abaixo, consideramos que seja importante tecermos algumas contribuições.

Convencida da eficácia do construtivismo, Kamii (1995, p. 97) defende que "[...] as crianças pensam naturalmente em dezenas e concebem como o valor posicional 'funciona' sem uma única lição

envolvendo feixes de varetas, material de base dez ou caixas de valor posicional". A nosso ver, a palavra "naturalmente" dá a ideia de que o conhecimento matemático é inato à criança, sendo entendido como se estruturado internamente ao sujeito; que as ideias matemáticas preexistem no sujeito e estão adormecidas em sua mente.

Outro trecho de Kamii (1995, p. 108) que merece reflexão: "[...] o conhecimento lógico-matemático deve ser construído individualmente pelas crianças. Operações consistem em raciocínio e cada criança pode utilizar suas próprias habilidades naturais para obter a solução de um problema de cálculo". Perguntamos: As habilidades são naturais ou são apropriadas nas relações sociais em que os sujeitos interagem? Não pensamos que as crianças chegaram a estas conclusões "naturalmente", pois no início da pesquisa, Kamii descreve que buscou crianças que não estivessem contaminadas com a maneira tradicional de ensinar a Aritmética. Assim sendo, há de se considerar o papel da professora como o adulto mais experiente neste processo de construção do conhecimento lógico-matemático. Este conhecimento, a nosso ver, não é construído individualmente pela criança; mas é apropriado nas relações professor-conhecimento matemático-aluno, aluno-conhecimento matemático-aluno, conforme podem ser vistos a seguir nos trechos grifados

> [...] quando somamos 36 e 46 [...] pensamos e falamos sobre "a soma de 30 e 40". Em nossas salas de aula, se uma criança refere-se à soma de 3 e 4 na situação em questão, <u>algumas outras exclamarão imediatamente "discordo</u>!". Se ninguém discordar, o <u>professor desafiará as crianças</u> dizendo "Assim meu resultado é 19: 3 mais 4 mais 6 mais 6, Como é que você pode obter 82? [...] embora não ensinemos diretamente o valor posicional, damos muitas oportunidades para as crianças usarem as concepções que criaram ou perceberem o papel do valor posicional. (KAMII, 1995, p. 109, grifos nossos).

A perspectiva histórico-cultural nos permite dizer que a apropriação do conhecimento lógico-matemático não ocorre somente de maneira particular, mas sim, ocorre no processo de internalização do conhecimento lógico-matemático, que se dá num primeiro momento no plano social e depois no plano psicológico, a princípio entre os homens como categoria interpsíquica e logo no interior da criança como categoria intrapsíquica, conforme preconiza a Lei Genética Geral do Desenvolvimento formulada por Vygotski (1995). Esse conhecimento se constrói nas interações sociais.

A própria Kamii, em parceria com a professora Linda Leslie Joseph, considera importante a participação de todas as crianças nos debates que tratam dos diferentes procedimentos de resolução da atividade de Aritmética proposta: "[...] insisto em ter a classe inteira participando dos debates, porque uma criança menos adiantada é beneficiada quando ouve os argumentos de outra mais adiantada" (KAMII, 1995, p. 112, 114).

Na esteira deste pensamento, Delia Lerner de Zunino (1995), neopiagetiana, aponta para a importância dos fatores socioculturais e das interações - aluno-aluno, aluno-professor - no processo de aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Em seus estudos esta autora aprofundou-se nas questões importantes sobre o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos que se abordam entre a primeira e a quinta série da escola básica: O valor posicional; as quatro operações básicas; as estratégias de Resolução de Problemas.

O resultado da pesquisa de Zunino (1995) mostrou que encontrar uma estratégia adequada para resolver um problema é algo muito diferente de poder representá-lo por meio de uma conta convencional; que a introdução apressada da conta convencional pode criar obstáculos para a

elaboração de uma estratégia adequada; que muitas das dificuldades que os estudantes das séries iniciais apresentam, especialmente com as quatro operações básicas, devem-se à falta de compreensão do sistema de numeração decimal. Isto fica evidente quando se investiga como as crianças compreendem procedimentos tais como "levar-se" e "pedir emprestado". Parece que a escola não tem mostrado às crianças que estes procedimentos estão estritamente vinculados com a base decimal que constitui o nosso sistema de numeração.

Entre outras ponderações aqui não detalhadas, Zunino conclui: a maioria dos professores entrevistados acreditam na efetividade da explicação e da repetição; ainda, creem que cada conteúdo deve ser ensinado separadamente dos outros itens, para que as crianças não fiquem confusas; ainda é forte a concepção de que ensinar consiste em explicar, aprender consiste em repetir (ou exercitar) o ensinado até reproduzi-lo fielmente e, sobretudo, que as inovações pedagógicas que destacam a ação intelectual da criança em detrimento da reprodução de mecanismos ainda não se fazem presentes na prática dos professores, que ensinam a Matemática às crianças e, por consequência, muitas crianças renunciam à possibilidade de pensar a respeito do que estão aprendendo, e muitos acostumam colocar em prática certos procedimentos sem perguntar a razão que lhes deram origem.

Em suma, prevalece de forma explícita a crença em um processo de aprendizagem matemática por associação de modelos. Nesta visão, o trabalho do professor tem por objetivo ensinar à criança modelos prontos que ela deve aplicar para encontrar a solução do problema, consolidando aplicação de definições matemáticas calcada em modelos imitativo-repetitivos e em procedimentos algorítmicos. Essa prática de ensino da Matemática resulta naquela pergunta corriqueira que, em geral, os alunos

fazem: *É de mais ou de menos professora?* O que ocorre é que o aluno entende que para resolver uma determinada situação-problema ele sempre tem que recorrer a um modelo pronto, entretanto, a Matemática até passa por isso, mas não se resume a isso.

Do exposto até aqui, não se pode negar que o movimento teórico que envolve as perspectivas piagietiana e neopiagetiana, acima explicitadas, trouxe importantes contribuições para a Educação Matemática e teve o mérito de ampliar o debate, refutando esses aspectos de memorização e repetição no processo de ensinar e aprender a Matemática e, de certa forma, promoveu avanços em relação a isto.

Ainda que, no Brasil, os estudos em relação ao número, em geral, tomem como referência Jean Piaget, como já dito, vale aqui abordar um tema de grande relevância em Psicologia da Educação Matemática: o Sentido Numérico ou Sentido de Número.

Alguns estudos vêm sendo desenvolvidos em países como Portugal e Holanda sobre o Sentido do Número. Brocardo e outros (2008), em Portugal, estudam sobre o modo como o tema dos números e das operações tem sido pensado em termos do currículo de Matemática e propõem que o ensino da Matemática na escola deve desenvolver o Sentido do Número. No âmbito do Projeto "Desenvolvendo o Sentido do Número: Perspectivas e exigências curriculares" estes estudos adotam o Sentido de Número como sendo o *Conhecimento e destreza com números*; C*onhecimento e destreza com as operações*; *Aplicação do conhecimento e destreza com os números e as operações em situações de cálculo* (ROCHA; MENINO, 2009)[1].

[1] ROCHA, M. I; MENINO, H. A. Desenvolvimento do Sentido do Número na multiplicação. Um estudo de caso com crianças de 7 /8 anos. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa** v. 12, n. 1, p. 103-134, mar. 2009.

O Sentido de Número, segundo Spinillo (2006) é de difícil conceituação, isso porque Sentido de Número não é um conceito matemático específico ou um conteúdo escolar; sendo, antes de tudo, uma boa intuição sobre números e suas relações, e sobre seus usos e interpretações em diferentes situações, sem necessariamente envolver as regras e o formalismo da Matemática. Trata-se de uma habilidade cognitiva que permite o indivíduo interagir de forma bem sucedida com os recursos que o ambiente oferece (dentro e fora da escola), gerando soluções apropriadas para realizar as atividades do cotidiano que envolvem a Matemática.

Segundo esta autora, o Sentido de Número não pode ser ensinado de forma direta como se ensina os conceitos de Aritmética, Álgebra ou Geometria, porque o Sentido de Número é uma forma de pensar matematicamente e deve ser desenvolvido no ensino de cada conceito ou tópico do currículo. Envolve, pois, um pensar matemático nas diversas situações e práticas cotidianas que vai além do conhecimento puro de regras lógicas e algoritmos.

Para Yang (2003 apud SPINILLO, 2006, p. 86), o Sentido do Número refere-se à habilidade de lidar, de forma flexível e eficiente com números e quantidades nas situações cotidianas extraescolares. Um exemplo desta habilidade são os cálculos mentais realizados por crianças, adolescentes e adultos de baixa renda e pouco escolarizados que são vendedores ambulantes nos centros das cidades, como mostrado por Carraher, Carraher e Schliemann (1995).

Considerando o tema Sentido do Número, surgem algumas indagações: que lugar deve ocupar as técnicas de cálculo e sua integração num trabalho que centra o desenvolvimento de capacidades como as de resolver problemas ou de criticar ideias e argumentar? Qual o valor dos

algoritmos e que lugar devem ocupar no currículo de Matemática? Deve-se incluí-los ou não? Para responder a estas indagações, Brocardo e Serrazina (2008), analisam as grandes tendências de desenvolvimento curricular e tecem importante contribuição sobre os algoritmos, o cálculo mental e os recursos (BROCARDO; SERRAZINA, 2008).

Para as autoras a chegada das calculadoras e as transformações no mundo que exigem do sujeito competências de cálculo, que ultrapassam o uso de um algoritmo têm contribuído para suscitar este debate que questiona o lugar que tradicionalmente o algoritmo têm ocupado no currículo de Matemática dos Anos Iniciais. Neste contexto as autoras indagam: Mas, o que é um algoritmo?

Para Brocardo e Serrazina (2008), existem várias concepções sobre o algoritmo no âmbito das operações aritméticas elementares. Por exemplo, Thompson (1999 apud BROCARDO; SERRAZINA, 2008) tem uma visão ampla sobre o assunto e considera a maior parte dos processos de cálculo mental como algoritmos. Para ele é possível identificar três tipos de algoritmos escritos:

1) Standard formal - refere-se aquilo que nomeamos como algoritmo padrão. Inclui os algoritmos usuais/tradicionais, caracterizados por uma representação vertical e por efetuarem *cálculos com dígitos*; (grifo nosso)

2) Não *standard* e formal - refere-se a representações verticais da operação cujos procedimentos operam pela *decomposição de números;* (grifo nosso)

3) Não *standard* e informal - refere-se a todas as outras representações que os estudantes podem utilizar para representarem e resolverem as atividades matemáticas.

Já para Treffers, Noteboom e Goeij (2001 apud BROCARDO; SERRAZINA, 2008) outra forma de entender um algoritmo é pelo conceito de cálculo em coluna, cuja característica não é a representação vertical, mas sim, a decomposição decimal e a possibilidade de se operar usando o valor posicional, respeitando a orientação da esquerda para a direita. Para estes autores, há um processo de transição do cálculo em coluna para o algoritmo: O algoritmo é considerado uma modificação do cálculo mental por decomposição com números inteiros em cálculo posicional sobre dígitos. Vejamos essa ideia ilustrada na Tabela 5 abaixo:

Tabela 5 - Transição do Cálculo em coluna para o algoritmo

1) Cálculo em coluna	2) Transição do cálculo por coluna para o algoritmo	3) Algoritmo
253 +127 300 70 10 380	253 +127 10 70 300 380	253 + 127 380

Fonte: BROCARDO; SERRAZINA, 2008, p. 103.

Esta ilustração mostra uma mudança de ordem do cálculo entre (1) e (2): Deixa-se de calcular da esquerda para a direita. No (2) o cálculo já começa a ser feito da direita para a esquerda. Já no (3) percebe-se uma nova transição: deixa-se de operar sobre o valor posicional dos números e opera-se sobre dígitos. Nesta perspectiva, o algoritmo pode ser considerado como

a fase final do cálculo em coluna e do cálculo mental: “O algoritmo é o resultado da transformação do cálculo mental por decomposição com números inteiros em cálculo posicional sobre dígitos” (BROCARDO; SERRAZINA, 2008, p. 104).

Esse exemplo não converge com o modo como a escola tradicionalmente tem ensinado o algoritmo. Na escola, em geral, ensina-se considerando a orientação contrária, da direita para esquerda e opera-se sobre os dígitos de maneira individual e vertical deixando, portanto, de operar-se sobre o valor posicional dos números (BROCARDO; SERRAZINA, 2008).

É importante que os alunos desenvolvam novas formas de calcular que considerem os mais variados procedimentos de cálculo mental, de modo que deixem de recorrer imediatamente ao uso de processos mecânicos não pensados. Quando se deseja adotar uma atitude mais restrita, mais adequada é necessário:

> [...] delinear o caminho de aprendizagem tendo em conta a evolução natural dos processos de cálculo mental, apoiando as transições “chave” para as propriedades e relações que apoiam a construção dos algoritmos. Neste longo processo, os alunos vão desenvolvendo o cálculo mental, ficando o uso do algoritmo para os números grandes (números para os quais faz sentido eles serem usados) (BROCARDO; SERRAZINA, 2008, p. 105).

Sobre a discussão em torno da inclusão ou não dos algoritmos no currículo de Matemática, as autoras pontuam que em Portugal já se percebe alguma mudança: ainda que os algoritmos persistem em ocupar um lugar privilegiado no Programa do 1.º Ciclo, existe o entendimento de que eles devem ser o resultado de um longo trabalho centrado na

compreensão dos números e operações constituindo-se, ao lado da calculadora, instrumentos auxiliares de cálculo; além disso, estes programas recomendam começar a introduzi-los mais tarde e já não persiste nos manuais as representações verticais.

Para Bass (2003 apud BROCARDO; SERRAZINA, 2008), a inclusão dos algoritmos no currículo não pode ser entendida como um empecilho para o desenvolvimento das capacidades de cálculo, mas sim como uma ferramenta que, se trabalhada adequadamente, pode se constituir importante para se atingir a fluência no cálculo numérico. Isso remete a Cai, Moyer e Laughlin (1998 apud BRITO, 2006) que tratam da importância e do uso de algoritmos na solução de problemas:

> Os algoritmos matemáticos são ferramentas poderosas que contribuem para uma solução dos problemas. São regras que garantem a solução quando corretamente aplicadas. Entretanto, existe uma grande quantidade de evidência empírica mostrando que embora alguns estudantes pareçam conhecer um algoritmo, eles não conseguem aplicar corretamente o algoritmo para resolver um problema. Entender conceitualmente um algoritmo implica conhecer os procedimentos especificados pelo algoritmo e como esses procedimentos podem ser aplicados (CAI, 1998 apud BRITO, 2006, p. 32).

Sem desconsiderar a importância dos algoritmos, Brocardo e Serrazina (2008) chegam à seguinte conclusão sobre o lugar destes no currículo:

> Os algoritmos não devem ser o foco central do currículo e devem decorrer de um longo trabalho centrado no desenvolvimento do Sentido do Número. É importante acompanhar a tendência natural de desenvolvimento de procedimentos de cálculo e ligar estruturalmente

> o desenvolvimento de métodos e de técnicas de cálculo à construção dos números, da sua estruturação e à reconstrução do nosso sistema de numeração de posição. Finalmente, é fundamental que a aprendizagem dos algoritmos possa surgir desse processo dando possibilidades aos alunos de aperfeiçoar o seu Sentido do Número no contexto do cálculo algorítmico (BROCARDO; SERRAZINA, 2008, p. 106).

Um trabalho com algoritmos que seja adequado requer possibilitar às crianças a liberdade para inventarem suas próprias estratégias e procedimentos, discutindo-se a sua eficiência e nível de generalidade.

Para as autoras o Sentido de Número está atrelado à aquisição de destrezas de cálculo mental. Spinillo (2006), concorda que estimativas e cálculos mentais devem ser inseridos em situações didáticas porque são aspectos cruciais para o desenvolvimento de um sentido numérico.

Segundo Brocardo e Serrazina (2008), o cálculo mental é considerado hoje como a capacidade de se calcular fluentemente e sua importância cresce porque o contexto atual é caracterizado pela vulgarização do uso da calculadora e pela necessidade de analisar criticamente dados e de tomar decisões rápidas. A esse respeito existem várias indagações: O que é cálculo mental? É saber fazer contas de cabeça? Quando se usa um algoritmo "na cabeça" podemos dizer que se trata de cálculo mental? Quando se calcula mentalmente pode se escrever?

Para Buys (2001 apud BROCARDO; SERRAZINA, 2008) são características de cálculo mental: a operação sobre os números e não sobre os dígitos; o uso de relações numéricas e as propriedades das operações; pode ocasionalmente recorrer-se ao registo escrito. O autor propõe que não se deve reduzir o cálculo mental ao operar "de cabeça", mas que o uso de papel e lápis para cálculos intermédios pode ser benéfico.

Para este estudioso, o cálculo mental apoia-se em três formas básicas de cálculo: (1) cálculo em linha, (2) cálculo recorrendo à decomposição decimal e (3) o cálculo mental usando estratégias variadas. A primeira forma de cálculo, os números são vistos como se estivessem colocados numa reta, onde as operações são os movimentos ao longo da reta. A segunda forma de cálculo, é marcada pela presença de decomposição decimal dos números e no terceiro modelo de cálculo, os números são vistos como objetos que podem ser estruturados de diferentes maneiras, a partir de uma estruturação e de propriedades aritméticas adequadas.

Para Noteboom, Bloklove e Nelissen (2001 apud BROCARDO; SERRAZINA, 2008, p. 90), "o cálculo mental é um cálculo pensado (não mecânico) sobre representações mentais dos números. [...] Não é calcular na cabeça mas sim calcular com a cabeça e fazer registos escritos se necessário. Neste sentido, não pode ser visto como oposto ao cálculo escrito".

Brocardo e Serrazina (2008), apontam que nos programas de Matemática não há clareza de como o trabalho com o cálculo mental pode ser concretizado nas salas de aula. Isso se constitui um desafio pois, para o professor ensinar as crianças a desenvolver destrezas de cálculo mental é preciso saber como fazer. Para estas autoras "para que os professores trabalhem de modo sistemático o cálculo mental, é importante clarificar como este trabalho deve ser feito e o que é de se esperar que os alunos consigam fazer" (BROCARDO; SERRAZINA, 2008, p. 107).

Em síntese, os estudos de Brocardo e Serrazina (2008), indicam que os currículos de Matemática devem dar maior visibilidade ao cálculo mental, de modo que os alunos possam desenvolver a capacidade de estimar e de resolver problemas em detrimento da importância que

tradicionalmente se dá aos algoritmos; Há a convergência de que nem todos os algoritmos são maléficos, porém sua introdução precocemente nas escolas pode causar prejuízos no processo de pensamento dos alunos. As autoras citam o exemplo de países como Inglaterra e Holanda, onde o algoritmo tem sido introduzido mais tardiamente nas escolas. Nesses países trabalha-se inicialmente com as ideias matemáticas e não com as "continhas", de modo que é possibilitado às crianças dos primeiros anos desenvolverem o pensamento matemático sobre diversas situações. Para as autoras, estas ações podem contribuir com o desenvolvimento do Sentido do Número.

Tendo em vista os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, adotados nesta obra, defendemos que a atribuição de sentido e significado deve permear todos os aspectos do ensino e aprendizagem da Matemática. Entendemos que os significados que as crianças atribuem aos números estão profundamente relacionados aos seus usos sociais e às experiências que elas têm com a Matemática em seu cotidiano. A experiência realizada por Howden (1989 apud SPINILLO, 2006) ajuda a aclarar esta ideia. Nesta experiência o pesquisador pediu aos alunos que dissessem o que lhes vinham à mente quando ouviam a palavra "vinte e quatro". Os alunos de uma das salas responderam: "duas moedas de dez centavos e quatro de um centavo, duas dúzias de objetos, as vésperas do natal, a idade de uma pessoa, quando o ponteiro da balança está quase no meio entre o vinte e o trinta". O estudioso concluiu que estes alunos apresentavam um Sentido de Número bem elaborado, pois tiveram a habilidade de lidar, de forma eficiente e flexível com situações do cotidiano não escolar.

Mas como identificar se o aluno desenvolveu um Sentido de Número? A partir de uma análise da literatura na área, Spinillo (2006)

identificou e agrupou os principais indicadores de sentido numérico que podem ser percebidos em sala de aula:

a) Computação numérica flexível: habilidade de realizar cálculo mental flexível; se caracteriza pelo uso da composição e da decomposição das quantidades durante a resolução de situações-problema, tomando como base o valor posicional e buscando formas de arredondar, estimar e aproximar os números.

b) Julgamentos quantitativos e inferências - capacidade de julgar e fazer inferências sobre quantidades, a partir de estimativas sem realizar qualquer Operação Aritmética.

c) Uso de âncoras ou pontos de referência - trata-se do uso de pontos de referência que servem como âncoras durante o processo de resolução de uma situação problema. Em geral, "o uso de âncoras aparece associado ao *uso de estimativas* (grifo nosso) em que a criança não precisa realizar cálculos numéricos precisos nem tampouco empregar regras algorítmicas" (SPINILLO, 2006, p. 95). Por exemplo, ao fazer adição de frações por estimativa a criança pode tomar a *metade* e o de *inteiro* como pontos de referência

d) Reconhecer o resultado como adequado ou absurdo - habilidade de avaliar se uma dada resposta é plausível ou não.

e) Reconhecer a magnitude absoluta e relativas dos números - Envolve a habilidade de comparar quantidades em termos absolutos e relativos, sendo capaz de discriminar essas duas instâncias.

f) Habilidade de compreender o efeito das operações sobre os números - Envolve a habilidade de compreender o efeito das operações sobre os números (qual a operação realizada), sendo capaz de notar a consequência de uma alteração sofrida.

g) Usar e reconhecer que um instrumento ou um suporte de representação pode ser mais útil ou apropriado que o outro - Envolve a capacidade de transitar entre diferentes sistemas e suportes de representação, assim como a capacidade de utilizar apropriadamente os instrumentos culturais disponíveis na sociedade. Por exemplo, quando a criança mostra boa intuição acerca do tamanho do objeto a ser medido e o instrumento a ser utilizado para realizar a medição (SPINILLO, 2006).

h) Reconhecer usos, significados e funções dos números no cotidiano - Diz respeito à capacidade de atribuir diferentes significados aos números, a partir de suas experiências e da maneira como observa o emprego do número em seu cotidiano. Por exemplo, quando a criança demonstra um bom conhecimento acerca dos usos, funções e significados que um número pode ter a partir da experiência adquirida no seu dia-a-dia: "Em breve você fará três anos. Teremos que pegar sua irmã na escola às 3 horas. Eles moram no apartamento 3. Preciso achar uma calça tamanho 3 para você. Meu número de telefone é 323..." (SPINILLO, 2006, p. 102).

É importante ressaltar que os indicadores acima mencionados não se manifestam isoladamente, mas de forma combinada e articulada. Na realidade, diversos indicadores podem estar presentes na resolução de uma mesma situação, assim como um mesmo indicador pode estar presente em várias situações (SPINILLO, 2006). A partir deste estudo, Spinillo (2006) apresenta sua proposta indicando alguns aspectos para que o desenvolvimento do Sentido do Número a ser considerado nas aulas de Matemática:

1. Cálculos mentais e estimativas poderiam ser privilegiados tanto quanto métodos formais escritos e cálculos numéricos precisos;

> 2. Uma grande variedade de representação poderia coexistir durante o processo de resolução de uma situação-problema;
>
> 3. Criação de um ambiente de sala de aula em que se discutam as estratégias e métodos de resolução adotados (os corretos e incorretos);
>
> 4. As relações entre a Matemática do cotidiano e escolar e a Matemática do cotidiano extra escolar poderiam ser estabelecidas, fazendo uma ponte entre esses conhecimentos;
>
> 5. Criação de situações didáticas embasadas nos indiciadores de Sentido de Número já apresentados e exemplificados neste texto, que contemplem o ensino dos diversos conteúdos curriculares (SPINILLO, 2006, p. 108).

A partir da abordagem realizada até aqui é possível inferir que a introdução precoce dos algoritmos à criança pode causar prejuízos ao seu desenvolvimento do pensamento matemático. Essas técnicas, "as continhas", devem ser introduzidas mais tardiamente, priorizando-se um ensino da Matemática que instigue as crianças a realizarem a compreensão, resolvendo as situações-problema por meio das ideias matemáticas. Concordamos com Spinillo (2006) sobre a necessidade de se pensar o ensino da Matemática de forma diferente, de modo a tornar os alunos numeralizados dando-lhes acesso ao mundo dos números e a novas formas de pensar matematicamente.

Vale ainda esclarecer antes de finalizar este capítulo que o movimento teórico que envolve as perspectivas piagietiana e neopiagetiana, acima explicitado, trouxe contribuições para a Educação Matemática questionando aspectos de memorização e repetição no processo de ensinar e aprender a Matemática e, de certa forma, promoveu avanços em relação a isto. Contudo, os componentes de natureza biológica desta teoria não permitiram que o problema da aprendizagem se

explicitasse do ponto de vista da teoria da educação, até porque este não era o foco dos estudos de Jean Piaget.

Seu objetivo principal era o desenvolvimento cognitivo das crianças e seu estudo consistia em observar, de modo científico e rigoroso, o processo da aquisição do conhecimento pela criança. A preocupação do pesquisador genebriano não era, portanto, construir uma teoria da educação, mas sim compreender os mecanismos responsáveis por fazer com que o indivíduo evolua de um estado de menor conhecimento para um de maior conhecimento.

Em termos pedagógicos, os estudos vigotskianos representam um avanço para se pensar a atuação docente, porque a gênese de suas ideias, diferentemente de Jean Piaget, teve como finalidade principal a construção de uma teoria da educação - de um pensamento pedagógico - na época, para uma sociedade supostamente socialista. Sua concepção histórico-cultural de desenvolvimento humano foi sistematizada tomando a categoria marxista de atividade humana como princípio fundante para desenvolver seus estudos psicológicos e pedagógicos. Nisto embasa-se a teoria da atividade. Neste livro considera-se a *atividade de ensino* como a atividade principal do professor e a *atividade do estudo* como sendo a atividade principal do aluno.

Vigotsky, ao considerar a interdependência entre processos de aprendizagem e de desenvolvimento, dando maior ênfase ao papel da aprendizagem, contribui para se pensar como o professor necessita organizar o seu ensino com vistas a promover um efetivo aprendizado e desenvolvimento. Este desenvolvimento ocorre quando o mestre atua na Zona de Desenvolvimento Proximal do aluno desencadeando ações motivadoras para o aluno, pois não atua naquilo que ele já sabe, mas nas

potencialidades que nele já se encontram maduras. A aprendizagem ocorre no processo de internalização.

Outra contribuição importante de Vigotsky diz respeito à formação de conceitos. A elaboração do pensamento teórico matemático ocorre no processo de inter-relação entre os conceitos espontâneos e os conceitos científicos, num movimento contínuo e dialético, por meio da manipulação de objetos matemáticos e da imprescindível ação de ensino do professor (VIGOTSKY, 2000). Assim nesta perspectiva teórica considera-se como conteúdo a ser abordado dialeticamente os conhecimentos adquiridos na vida extra escolar e os conhecimentos específicos historicamente construídos pela humanidade. Estes conteúdos são importantes para a formação do pensamento teórico do aluno.

Por fim, não menos importante, está a ideia vigotskiana da aprendizagem devidamente mediada como promotora do desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Essa ação de desenvolvimento é mediada pelos signos; a palavra é o instrumento psicológico (signo) mais significativo e universal; é essa mediação (da palavra) que possibilita as interações entre os sujeitos e pela qual se dão os processos de internalização dos conhecimentos e de constituição do pensamento (VIGOTSKY, 2000).

Vale dizer que as implicações pedagógicas da Teoria Histórico-Cultural supracitadas conferem à escola um papel essencial na promoção desse desenvolvimento, pois a ela cabe planejar e executar ações que medeiem a aprendizagem do escolar.

Considerando que o ensino de Números e Operações não deve ocorrer de maneira estanque, mas de modo articulado com os outros Eixos Curriculares da Matemática, na sequência apresentamos algumas ideias

relacionadas à Geometria. Estes fundamentos teóricos contribuem para entender as decisões pedagógicas dos professores colaboradores deste estudo no ensino da Geometria, considerando a Resolução de Problema e os recursos didáticos empregados neste ensino.

GEOMETRIA

Os estudos de Perez (1991), Pavanello (1993) e Lorenzato (1995) mostram a existência histórica da forte omissão geométrica nas escolas brasileiras. As causas deste problema está fortemente ligada à reforma do ensino ocorrida com o Movimento da Matemática Moderna (MMM) que irrompeu no Brasil no início da década de 60, e à aprovação da Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1.º e 2.º Graus, a 5692/71, que permitia que cada professor montasse o seu programa de acordo com o interesse da clientela.

A proposta do MMM desestruturou a antiga maneira de ensinar a Geometria - a Euclidiana, que já apresentava problemas relacionados ao conhecimento do professor, aos métodos utilizados, a dificuldade em se estabelecer um elo entre a Geometria prática indicada para escola elementar e a axiomática introduzida no secundário (PAVANELLO, 1993; NACARATO; PASSOS, 2003) restando à Geometria um esvaziamento e papel de auxiliar na construção de conceitos da Aritmética e da Álgebra (NACARATO; PASSOS, 2003).

O ensino de Geometria praticamente deixou de existir, ficando reduzido ao estudo da Geometria Métrica, cálculo de áreas e volumes; ao ensino das figuras geométricas planas, com ênfase principalmente na classificação e nomeação sem a preocupação de possibilitar ao aluno a oportunidade de apreender as semelhanças e diferenças entre elas (PAVANELLO, 2004). A Geometria ficou tratada nos programas curriculares como complemento ou apêndice e de modo fortemente

fragmentado, por assunto ou por série, sendo apresentada rigidamente separada da Aritmética e da Álgebra.

Segundo Lorenzato (1995), no âmbito dos conhecimentos geométricos, devido à ao abandono da Geometria, se estabeleceu um círculo vicioso: a geração que não estudou Geometria não sabe como ensiná-la. Assim, o enfrentamento das causas deste abandono (a frágil formação dos professores para lidarem com este conteúdo e, por consequência, a demasiada valorização dada aos livros didáticos) tem se constituído em um grande desafio para os estudiosos da Educação Matemática de outras áreas educacionais, entre eles, Gazire (2000), Nacarato (2000), Passos (2000), Vasconcellos (2008), Santos (2009).

O inconveniente é que por muito tempo o livro didático trouxe a Geometria na última parte do livro, o que contribuía para que ela não fosse estudada, apresentando-a em uma perspectiva Euclidiana, apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica (LORENZATO, 1995; PAVANELLO, 1993).

Sobre o Modelo Euclidiano, Imenes (1989) em seus estudos sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da Matemática Escolar destaca: o Modelo Euclidiano molda o ensino da Matemática; a concepção platônica que resulta dele, impregna o ensino de Matemática em seus diferentes níveis e permaneceu intocada apesar de todas as mudanças porque passou o ensino da Matemática; a formalização, entendida no sentido Euclidiano, esconde o processo de construção da Matemática, ocultando a gênese e evolução das ideias matemáticas.

Esta visão de ensino da Matemática resulta na concepção de uma Matemática que se mostra a-histórica, fechada em si mesma, atemporal e

independente dos homens, que "cai pronta do céu". São nestes aspectos que se percebe a íntima ligação entre o Modelo Euclidiano de apresentação da Matemática e a concepção platônica da mesma.

Coube a Euclides a sistematização dos conhecimentos geométricos antigos. Sua obra "Elementos" ficou marcado pela clareza da exposição, o rigor das demonstrações e o encadeamento lógico dos teoremas e se constituiu como modelo daquilo que o pensamento científico devia ser - um Modelo de Ciência, baseado em um método dedutivo, que pode ser compreendido como os axiomas, os postulados e os teoremas. Na educação, a obra de Euclides foi adotada como um Modelo Didático, o que trouxe consequências desastrosas para o ensino e aprendizagem da Matemática, pois, "Euclides escreveu seus livros com uma finalidade metodológica e não didática" (DO CARMO, 1973 apud IMENES, 1989, p. 193).

Os livros didáticos que apresentam a Matemática segundo o Modelo Euclidiano, o fazem exibindo-a em uma ordem lógica, com suas definições e conceitos, seus postulados e teoremas, como um edifício pronto e bem construído passo a passo, cada coisa em seu lugar, gerando um "currículo escada", onde linearmente o conteúdo A é pré-requisito para o conteúdo B. Por exemplo, as operações básicas são apresentadas sucessivamente: a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão. Esta organização curricular tradicional está presente nos livros didáticos, nos programas curriculares e no ideário pedagógico dos professores. Segundo Imenes (1989) essa visão da Matemática se revela na frequência com que invocamos "a falta de base dos alunos para explicar o fracasso de nosso trabalho" (IMENES, 1989, p. 287-288).

A aprendizagem da Matemática que tem como imagem subir uma escada suscita a noção de que os conteúdos não podem ser retomados ao

longo da escolaridade do aluno. Imenes (1989) esclarece que essa visão - de uma Matemática pronta e acabada, organizada de maneira lógica e linear - não representa a realidade de como se deu processo de construção das ideias expostas por Euclides, pois a história da Matemática mostra que esta Ciência não se desenvolveu de forma muito organizada e, muitas vezes, essas ideias prematuras transformaram-se, num processo que durou séculos.

É neste sentido, que a formalização esconde o processo de construção matemática: Ao organizar as ideias matemáticas ordenando-as exclusivamente segundo o critério da precedência lógica e linear, gera o "currículo escada", camufla o fato de que as ideias matemáticas se modificam em função de novas necessidades; além disso, elimina todos os outros demais aspectos - psicológicos, culturais, socioeconômicos - envolvidos na criação da Matemática (IMENES, 1989, p. 217-218).

A concepção platônica da Matemática traz consequências para a ação pedagógica, pois se reflete na postura do professor na sala de aula, na sua concepção de ensino e de aprendizagem e no seu comportamento diante da Matemática, uma vez que os professores tendo dificuldade em perceber que as ideias matemáticas não são estáticas nem rígidas, ao contrário, são passíveis de transformações, adotam em suas aulas atitudes dogmáticas e autoritárias. Esta postura aparece na pesquisa de Imenes (1989) diretamente ligada aos sentimentos de fracasso e frustração que as pessoas têm de suas experiências com a Matemática Escolar; além disso, para elas, o insucesso diante da Matemática está relacionado a uma Matemática destituída de significado e descontextualizada do cotidiano dos homens.

Assim, é possível dizer que o Modelo Euclidiano como Ciência representou um avanço para a Matemática, considerando o significado do

formalismo na evolução do pensamento matemático, mas sendo interpretado de maneira um tanto enviesada, foi adotado como metodologia de ensino, caracterizada pelo demasiado simbolismo precoce. O uso deste Modelo na Educação Matemática, determinou a maneira de ensiná-la, nos livros didáticos os conceitos passaram a ser apresentados como prontos, sendo acompanhados de alguns exercícios apresentados como exemplos, que deveriam ser imitados e repetidos posteriormente em uma série de outros exercícios ali propostos.

Para Imenes (1989) existe uma estreita vinculação entre o Modelo Formal de apresentação da Matemática e o fracasso do ensino de Matemática e, considerando as implicações que este Modelo, assim tomado, traz para a compreensão que os professores têm da Matemática e a sua ação pedagógica, defende uma necessária ruptura com a formalização, mas esclarece que essa ruptura nada tem a ver com qualquer proposta absurda de abandono do raciocínio dedutivo no ensino de Matemática e faz perceber ainda que as considerações apresentadas não dizem respeito à formalização na Ciência Matemática, e sim, à formalização tomada como método de ensino.

Para pensar o ensino da Matemática na perspectiva da formação de conceitos é imprescindível que o professor, como sujeito por essência *aprendente*, se conscientize de que necessita dedicar-se à Formação Continuada e a Autoformação, compreendendo que se trata de instrumentos passíveis de contribuir para promover a superação da visão de ensino inspirada no Modelo Euclidiano de apresentação da Matemática, de modo a alterar de maneira crítica sua ação pedagógica. Tal superação passa necessariamente pelo reconhecimento de que este Modelo inspira, permeia e marca o ensino da Matemática em seus diferentes níveis e, por consequência, seu ideário pedagógico é por ele influenciado; além

disso, exige a compreensão da Matemática como conhecimento historicamente construído pelo homem, que se reconstrói na cabeça de cada aluno; e ainda, requer o entendimento de que o ensino da Matemática deve ocorrer considerando o mundo-vida, as coisas do homem.

É pela problematização da prática pedagógica realizada com seus pares, pelo debate, pelo confronto das ideias, pela reflexão sobre os aspectos teórico-metodológico que norteiam o ensino da Matemática, que o docente poderá posicionar-se de maneira diferenciada em relação à sua própria concepção de conhecimento matemático e às concepções pedagógicas historicamente propagadas no fazer cotidiano da escola, sobretudo, nos livros didáticos. Vale lembrar que esta ferramenta tem sido usada de maneira acrítica, como mostra Saviani (2008), dizendo que é o livro didático que efetivamente, porém, geralmente de maneira acrítica, dá forma prática à teoria pedagógica nas suas diferentes versões.

É pela reflexão sistemática sobre a formação inicial e continuada do professor, no que diz respeito ao fazer pedagógico, que novos aspectos fluirão sob a proteção e apoio do debate e do confronto de ideias, de modo que o docente avance no sentido de tornar-se corresponsável pela elaboração dos programas e pela renovação da metodologia de ensino de Matemática, deixando de ser mero executor de tarefas pensadas em outras instâncias.

Especificamente, no caso da formação do professor para o ensino da Matemática, pesquisas desenvolvidas por Gatti e Nunes (2008), Curi (2004), Lima (2011) que analisaram o currículo de vários cursos de graduação responsáveis pela formação dos professores polivalentes que atuam na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, revelam que pequena carga horária tem sido destinada a esta formação; que se tem dado prioridade ao aspecto metodológico em detrimento dos

conteúdos a se ensinar; que pouca atenção é dada aos conteúdos da Geometria.

A nosso ver, a insuficiente apropriação do pensamento geométrico pelo professor ao longo de sua escolaridade e, sobretudo, no Curso de Pedagogia restringe a sua compreensão a respeito de seu fazer e assim suas ações ficam reduzidas à mera repetição do livro didático sem o entendimento do *por que se ensina aquele conteúdo daquele modo e para quê.*

Há de se considerar que o papel do livro didático no processo de ensino tem sido exacerbado, tanto pelos programas governamentais, que destinam grandes somas de recursos para distribuir livros às escolas públicas quanto,

> [...] pela formação aligeirada do professor no que diz respeito a conhecimentos mais profundos sobre conteúdos e metodologias, reduzindo significativamente a autonomia do professor, o controle de suas ações e o poder de decisão no âmbito de seu trabalho. Expropriado dos domínios metodológicos e de conteúdo, o professor busca apoio nos livros didáticos, na maioria das vezes, influenciado pelo selo oficial que "garante" a qualidade do livro indicado (RUGGIERO; BASSO, 2003, p. 18-19).

O panorama acima explicitado revela que a Geometria ficou relegada a último plano, tanto na formação inicial de professores quanto nos livros didáticos, sendo apresentada aridamente nas escolas brasileiras, desligada da realidade, não integrada com as outras disciplinas do currículo e até mesmo não integrada com as outras partes da própria Matemática (LORENZATO, 1995).

A Constatação da problemática da omissão do ensino de Geometria nas escolas brasileiras resultou no final da década de 1970 em

reformas curriculares estaduais - principalmente a do Estado de São Paulo - que já davam algumas diretrizes para a recuperação do ensino da Geometria. Na década de 1980, as Propostas Curriculares de Matemática enfatizavam a relevância da aprendizagem dos conceitos geométricos nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental. Isso se confirmou nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática publicados na década de 1990. Concomitantemente a isso, cresceu o interesse dos pesquisadores por esse campo da Matemática.

Nacarato (2000), Passos (2000), em suas pesquisas de doutorado como já citado neste texto, debruçaram-se sobre o ensino de Geometria, com ponto de partida diferenciados, uma na prática pedagógica e a outra na formação de professores. Seus estudos apontam que pouco tem sido ensinado em relação a este campo específico da Matemática e que, o problema maior do abandono da Geometria reside na formação do professor. Relatam que muito material teórico vem sendo publicado e produzido sobre o ensino da Geometria e que propostas interessantes têm sido divulgadas, porém o professor não tem tido acesso a elas (NACARATO; PASSOS, 2003).

Assim, defendem uma política mais ampla de formação inicial e Formação Continuada que, de fato, possibilite ao professor condições de ensinar a Geometria: por meio da produção de material didático; sugestões de atividades para a sala de aula; e acompanhamento dos docentes em suas primeiras experiências no ensino deste conteúdo matemático.

Outro fator a se considerar no enfrentamento da omissão geométrica é a cobrança dos conteúdos da Geometria nas Avaliações Externas que ocorrem no âmbito federal, estadual ou municipal que, de certa forma, exige que a estes seja dada importância na sala de aula, minimizando tal abandono.

Para eliminar as deficiências dos livros didáticos, já citadas, no Brasil, desde 1996, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) oficialmente tem buscado garantir a qualidade dos livros didáticos e neste bojo percebe-se uma preocupação em superar a histórica omissão geométrica nas salas de aula.

É possível perceber que o Guia de Livros Didáticos: PNLD (2016): Alfabetização Matemática e Matemática orienta que no interior dos livros didáticos haja uma distribuição equilibrada dos quatro campos matemáticos: **Números e Operações; Geometria; Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.** Números e operações é campo predominante nos cinco primeiros anos do Ensino Fundamental, porém vê-se que no 5.º Ano este campo é reduzido e cede lugar à Geometria. Veja na figura abaixo o padrão recomendado para a distribuição dos conteúdos nos livros didáticos:

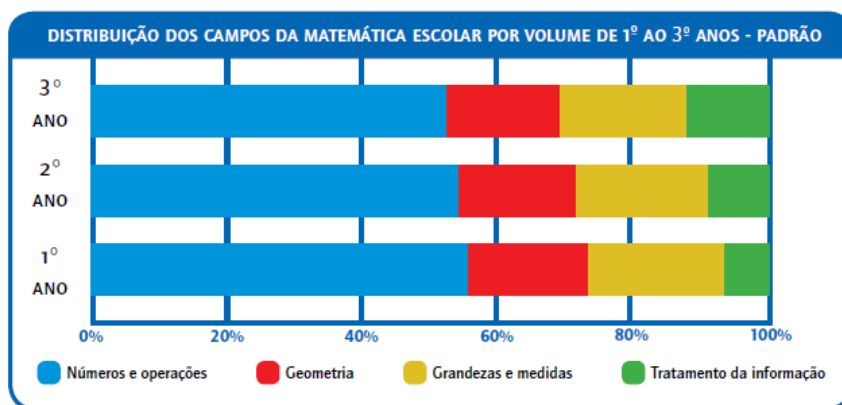
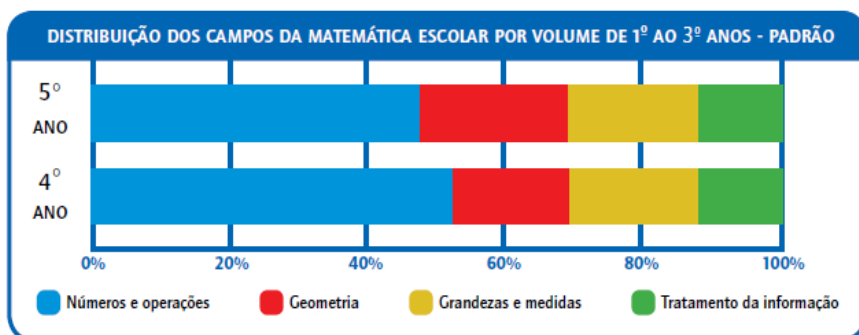
Figura 1 - Distribuição dos campos da Matemática Escolar por volume de 1.º ao 3.º ano - Padrão

Fonte: Guia de livros didáticos: PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática: Ensino Fundamental Anos Iniciais

Figura 2 - Distribuição dos campos da Matemática Escolar por volume de 4.º ao 5.º ano - Padrão

DISTRIBUIÇÃO DOS CAMPOS DA MATEMÁTICA ESCOLAR POR VOLUME DE 1º AO 3º ANOS - PADRÃO

5º ANO

4º ANO

0% 20% 40% 60% 80% 100%

Números e operações Geometria Grandezas e medidas Tratamento da informação

Fonte: Guia de livros didáticos: PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática: Ensino Fundamental Anos Iniciais

No que se refere a distribuição dos conteúdos dos campos no interior de cada livro, o Guia constata que está sendo mudada a tradição de tratar nas últimas páginas os conteúdos de Geometria. Já se nota preocupação em distribuir os vários campos ao longo de cada livro, tanto nas coleções para os três primeiros anos quanto naquelas destinadas aos 4.º e aos 5.º anos.

Lorenzato (2008) chama à atenção para o fato de que o conhecimento da Aritmética e da Álgebra não são suficientes para resolver determinadas questões que demandam percepção e raciocínio geométrico. Para resolvê-las é preciso ter pensamento geométrico, o que exige um modo específico de raciocínio que só o estudo da Geometria consegue desenvolver. Entendemos que cabe a escola possibilitar, desde o início da escolarização, o convívio da criança com elementos geométricos, tendo em vista a formação do pensamento teórico da Geometria.

O pensamento geométrico

Inspirado nos estudos de Gonseth (1945) sobre a Geometria do Espaço, Pais (1996) destaca três aspectos epistemológicos fundamentais do pensamento geométrico: *o intuitivo, o experimental e o teórico*. Estes três aspectos do conhecimento geométrico não ocorrem de maneira estanque, mas estão fortemente atrelados entre si e a quatro elementos que se interrelacionam - *objeto, desenho, imagem mental e conceito, que p*ermeados pelo significado da Linguagem Geométrica, interferem fortemente no processo de representação plana do espaço tridimensional.

O *objeto* é aqui entendido estritamente em sua acepção concreta e relaciona-se aos modelos (físicos) e materiais didáticos para o ensino da Geometria. Para o estudioso supracitado é necessário que o professor disponibilize materiais para que o aluno possa manipular, porém, não se trata de mera experimentação lúdica do objeto representante, nem de ficar restrito ao seu aspecto mais imediato à sensibilidade humana, mas sim do uso de recursos didáticos a serem manipulados de maneira elaborada, raciocinada, em um ambiente de interações propício à aprendizagem, mediados pela ação do professor e pela Linguagem Geométrica, com a finalidade de ocasionar ao aluno níveis de abstração, que possibilitem a formação do conceito científico.

O objeto é considerado uma forma primitiva de representação do conceito. Para que se efetive a transposição das características empíricas do objeto para outros diferentes níveis de abstração e conceitualização, é necessário que sua própria materialidade seja suplantada por meio de uma atividade intelectual orientada que considere a unidade entre a teoria e a prática. Segundo este autor é neste ponto que reside o desafio didático: "saber como dar a continuidade didática entre o uso do material e as questões que levariam à abstração" (PAIS, 1996, p. 68).

Este objeto deve ser uma parte material claramente identificável no mundo vivenciado pelo aluno, pois a criança ao chegar à escola já possui conhecimentos sobre a Geometria adquiridos fora do contexto escolar. É na escola que será possibilitada a aprendizagem dos conceitos geométricos científicos - sistematizados e historicamente construídos. Neste sentido, nossa opção teórica nos permite dizer que a elaboração do Pensamento Teórico Geométrico ocorre no processo de inter-relação entre os conceitos espontâneos e os conceitos geométricos científicos, num movimento contínuo e dialético, por meio da manipulação de objetos geométricos e da imprescindível ação do professor (VIGOTSKY, 2000; PAIS, 1996).

A nosso ver, a organização das situações didáticas para o ensino da Matemática não prescindi dos recursos didáticos, os quais o professor deve disponibilizar em sala de aula para que o estudante possa manipular, desenhar e visualizar, de modo que ele possa formar uma imagem mental sobre o objeto, mas é preciso ter clareza de que o conhecimento se dá no âmbito das relações. Não se extrai conhecimento dos objetos e sim das relações que são estabelecidas.

Segundo Pais (1996), da mesma forma que o objeto, o *desenho* é também de natureza concreta e particular, e, portanto, oposto às características gerais e abstratas do conceito. Assim sendo, pontua que esta correlação entre o particular e o geral, entre o concreto e o abstrato que envolve a representação conceitual, revela o desafio da atividade didática: a necessidade de transpor o próprio desenho. Para o autor, o desenho na Geometria Plana é bem mais simples para o aluno do que na Geometria Espacial, porque esta exige que ele saiba usar o recurso da técnica da perspectiva, o que se constitui uma das maiores dificuldades dos alunos na aprendizagem dos conceitos geométricos de objetos tridimensionais.

Por fim, Pais (1996) explicita uma terceira forma de representação geométrica - as *imagens mentais,* que se destacam por duas características: a subjetividade e a abstração. A formação de boas imagens mentais é de natureza mais complexa do que a representação do objeto e do desenho e seu desenvolvimento é consequência quase exclusiva do trabalho com desenhos e objetos.

Esta terceira forma da representação geométrica é importante porque permite um raciocínio mais dinâmico, mais eficiente e rápido para a Resolução de Problemas ou para novas aprendizagens. Pode-se dizer que o aluno tem imagens mentais geométricas formadas quando ele é capaz de descrever propriedades de um objeto na ausência deste (PAIS, 1996).

A aprendizagem da Geometria exige a generalidade e a abstração dos conceitos. Este processo é lento e dialético, e envolve necessariamente um mundo físico e uma permanente reflexão sobre ele. No processo de conceitualização, o aluno se depara com dificuldades que podem estar relacionadas: à própria evolução histórica do conceito e ao seu percurso de aprendizagem. Na busca da conceitualização ele lança mão de recursos que lhes são mais acessíveis: primeiro os objetos e desenhos e, posteriormente, as imagens mentais (PAIS, 1996).

Pais (1996) considera o desenho uma forma de representação mais complexa do que a representação por meio de um objeto. Raymond Duval, autor da Teoria das Representações Semióticas, chama à atenção a respeito da importância das representações para a compreensão Matemática. “Uma escrita, uma notação, um símbolo, representam um objeto matemático: um número, uma função, um vetor... Do mesmo modo, os traçados e figuras representam objetos matemáticos: um segmento, um ponto, um círculo” (DUVAL, 2012, p. 268). Entretanto, um objeto matemático é diferente da sua representação.

Segundo o autor, os objetos matemáticos trazem em si a complexidade de não serem diretamente acessíveis à percepção ou à **experiência intuitiva** imediata como são os objetos comumente ditos "reais" ou "físicos". Para ter acesso a eles, o aluno precisa recorrer a sistemas de representações para designá-los, ou seja, ele necessita de dar representantes ao objeto matemático; é preciso o uso de uma variedade de registros de representação. Uma figura geométrica, um gráfico são exemplos de registros de representações.

A partir destas considerações salienta um ponto estratégico para a compreensão Matemática: existe diferença entre objeto matemático e a sua representação - o objeto matemático não deve ser jamais confundido com a representação que se faz dele. Entretanto, na aprendizagem matemática, a confusão entre objeto e representação é quase inevitável porque, se por um lado, a apreensão dos objetos matemáticos é conceitual, por outro lado, é somente por meio das representações semióticas que uma atividade cognitiva sobre estes objetos é possível.

A ideia de representação semiótica implica primeiro em supor antecipadamente que existem sistemas semióticos diferentes, por exemplo, uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico; e ainda, que existe uma atividade cognitiva de conversão de uma destas representações para outro sistema semiótico, que desempenha papel essencial na conceitualização (DUVAL, 2012).

A compreensão dos conceitos matemáticos necessariamente requer, pois, o uso simultâneo de diversas representações semióticas de um mesmo objeto matemático (DUVAL, 2012). Neste sentido, ao organizar o processo de ensino da Matemática, o professor pode organizar atividades didáticas pautadas nos diversos registros semióticos para um mesmo

objeto, considerando a necessária distinção entre o objeto e sua representação.

Mais do que exercer a função de comunicação, as representações semióticas exercem papel essencial no desenvolvimento das representações mentais; na realização de distintas funções cognitivas; e na produção de conhecimentos (DUVAL, 2012). O desenvolvimento das representações mentais depende de uma "interiorização de representações semióticas, do mesmo modo que as representações mentais são uma interiorização daquilo que é percebido". (VYGOTSKY, 1962; PIAGET, 1968 apud DUVAL, 2012, p. 269).

Essa interiorização é possível porque a criança participa de um contexto social que transmite a ela muitas informações que, em sua maioria, são vivenciadas e percebidas enquanto explora o espaço ao seu redor e, portanto, ao chegar à escola, traz muitas noções de espaço como experiência vivida. Essas fases antecedem a interiorização das representações semióticas. Na perspectiva vigotskiana, o aluno só pode compreender, por exemplo, uma figura geométrica, quando internaliza os conceitos a ela inerentes (faces, arestas, vértices, ângulos, eixos de simetria) e atribui significado e sentido a este objeto matemático.

Portanto, por meio do registro de representações semióticas o aluno não só comunica o que percebe no objeto matemático, mas ainda realiza atividades conscientes de tratamento, objetivação e identificação.

Duval (2012), explica que para que um sistema semiótico seja um registro de representação é preciso que aconteça as três atividades cognitivas fundamentais:

1) **A formação de uma representação identificável**: São regras de conformidade, já estabelecidas, não cabendo ao sujeito formulá-las, mas

sim usá-las para reconhecer as representações, por exemplo, um enunciado de uma frase (compreensível numa dada língua natural), um desenho de uma figura geométrica, expressão de uma fórmula, etc);

2) O **tratamento de uma representação**: É entendido como a transformação de uma representação dentro do próprio registro em que foi proposta. Por exemplo, o cálculo é uma forma de tratamento próprio das expressões simbólicas e a reconfiguração é a forma de tratamento dada a qualquer representação figural;

3) A **conversão de uma representação num registro** consiste na transformação de um registro em outro conservando a totalidade ou somente uma parte do conteúdo da representação inicial, por exemplo, do algébrico para o gráfico, de uma representação linguística para uma representação figural. Na conversão de uma representação muda-se o registro de representação, mas conserva-se o objeto (DUVAL, 2012).

Neste sentido, Duval explica que o funcionamento do pensamento humano e a conceitualização implica a coordenação, simultaneamente, de ao menos dois registros de representação semiótica para o mesmo objeto matemático realizando o tratamento e a conversão. Uma tabela, gráfico ou equação, por exemplo, podem representar para o aluno diferentes objetos quando de fato não o são. Na verdade, são representações diferentes de um mesmo objeto matemático. Esse conhecimento é fundamental para que o aluno compreenda e resolva problemas matemáticos e saiba utilizar diversos registros de representação para o mesmo objeto matemático.

Diante da teoria de Duval (2012), entendemos que para uma efetiva compreensão dos objetos geométricos é necessário que aluno, desde os primeiros anos de escolaridade, já seja incentivado a mobilizar, coordenar e interpretar os diversos sistemas de representação semiótica

(figuras, gráficos, escrituras simbólicas, língua natural, etc.), que dão acesso a um mesmo objeto matemático estudado.

Contudo, faz-se necessário uma observação: Em Duval (2012) a Geometria é tratada no nível das representações semióticas, porém o desenvolvimento do pensamento geométrico envolve outras dimensões igualmente importantes que antecedem a das representações e incidem diretamente sobre o desenvolvimento cognitivo do aluno. Faz-se imprescindível pontuar que há um uso social intrínseco ao conhecimento matemático e alguns desses conhecimentos são apropriados pelas crianças a partir de sua experiência social - A criança quando chega à escola já traz consigo noções geométricas adquiridas intuitivamente no contexto social em que está inserida, por meio da vivência e da percepção do espaço à sua volta.

Segundo Smole et al. (2014), a construção da noção de espaço pela criança ocorre de maneira processual, primeiro ela conhece o seu próprio espaço desenvolvendo a percepção de si, por meio da experiência sensorial. Depois percebe o espaço à sua volta, se vê nele juntamente com outros objetos, por meio da experiência visual, faz reformulações e transformações sobre suas percepções iniciais e, finalmente, chega a representação deste espaço: imagens, desenhos, linguagem verbal, mapas, croquis, maquetes, representações planas, ou seja, a leitura compreensiva das figuras. Portanto, nesse processo de construção da percepção espacial ela passa por três importantes fases: a do **vivido**, a do **percebido** e a do **concebido**.

Pensar a Geometria nesta perspectiva, ver a aprendizagem matemática como um processo que ultrapassa a esfera escolar e no qual a intervenção do aluno exerce papel decisivo, exige conceber o aluno como sujeito histórico, como alguém que está inserido em uma cultura, como alguém que tem ideias que foram apropriadas num contexto social, que

possui sentimentos, vontades, e como alguém que pode aprender a Matemática. É a partir deste entendimento que escola pode criar possibilidades para que o aluno possa desenvolver diferentes habilidades relacionadas ao espaço-forma.

Não obstante, a escola negligencia os aspectos do espaço vivido e do espaço percebido e, orientando suas ações pedagógicas na dimensão do concebido, parte primeiro das representações conceituais deste espaço, por exemplo, a reta, o ponto, as figuras planas, tomando um caminho inverso. Fazendo assim, vai do "específico para o geral", de modo que a criança não consegue estabelecer relações entre o conteúdo escolar e as suas experiências cotidianas. O fato é que antes de chegar à escola, na sua vida, a criança não conhece os conceitos científicos, mas tem contato com os conceitos cotidianos. Ela interpreta dados e informações a partir de um referencial, cujo aspecto mais fundamental é o histórico de suas experiências anteriores. Isso a leva a interessar-se primeiro pela Geometria Espacial para depois interessar-se pela Geometria Plana - o funcionamento do seu pensamento parte do "geral para o particular" (MIGUEL, 2016).

O papel da escola é o de possibilitar à criança percorrer paulatinamente um caminho permeado por relações dialéticas entre o concreto e o abstrato, de forma a apropriar-se de conceitos matemáticos que podem criar novas Zonas de Desenvolvimento Proximal, o que se torna impraticável quando a escola organiza as ideias matemáticas unicamente segundo o critério da precedência lógica, característica decorrente das influências do modelo formal, desconsiderando todos os demais aspectos psicológicos, socioeconômicos e culturais envolvidos na criação Matemática (MIGUEL, 2016).

A nosso ver, todo conceito é um ato de generalização e envolve uma série de funções complexas do pensamento, como a atenção arbitrária,

a memória lógica, a percepção e o raciocínio, bem como processos cognitivos como a abstração, a comparação e a discriminação; muito além disso,

> [...] um processo significativo de ensino de Matemática deve conduzir os alunos à exploração de uma variedade de ideias e de estabelecimento de relações entre conceitos de modo a incorporar os contextos do mundo real, as experiências e o modo natural de envolvimento para o desenvolvimento das noções matemáticas com vistas à aquisição de diferentes formas de percepção da realidade. Mas ainda é preciso avançar no sentido de conduzir as crianças a perceberem a evolução das ideias matemáticas, ampliando a compreensão que delas se tem (MIGUEL, 2016, p. 376-377).

Recordamos que somente o aprendizado adequadamente organizado pode efetivamente promover o desenvolvimento mental do aluno, neste caso, a formação do pensamento teórico geométrico. Isso sinaliza para a importância da ação do professor no processo de aprendizagem dos alunos. Ele é o sujeito que deveria possuir conhecimento conceitual e epistemológico da Geometria para, então, realizar as intervenções adequadas sempre atuando na Zona de Desenvolvimento Proximal de cada aluno, a fim de que cada um deles possa atribuir o significado e o sentido aos fatos geométricos presentes na tarefa.

No processo de desenvolvimento do escolar o professor tem papel importante pois o amadurecimento das funções psicológicas superiores da criança depende do desenvolvimento dos conceitos científicos e estes são constituídos no processo educacional, considerando a relação de colaboração sistemática entre o pedagogo-criança: "[...] a criança orientada, ajudada e em colaboração sempre pode fazer mais e resolver tarefas mais difíceis do que quando sozinha" (VIGOTSKY, 2000, p. 328). Assim, o

ensino deve fazer a criança avançar "o que a criança é capaz de fazer hoje em colaboração conseguirá fazer amanhã sozinha" (VIGOTSKY, 2000, p. 331), pois a aprendizagem só é boa quando está à frente do desenvolvimento.

Na escola a criança se apropria de conteúdos curriculares sistematizados e são esses novos conhecimentos que possibilitam o seu desenvolvimento mental, pois a aprendizagem escolar é a fonte do desenvolvimento dos conceitos científicos. Assim, no processo de ensinar e aprender a Geometria, é de fundamental importância conhecer a interdependência que existe entre conceitos científicos e espontâneos.

De acordo com o Pensamento Vigotskiano, os conceitos científicos e espontâneos se desenvolvem em direções opostas, mas são processos intimamente relacionados, pois, para apropriar-se de um conceito científico, é necessário que a criança já tenha desenvolvido um conceito espontâneo correlato (VIGOTSKY, 2000).

Enquanto os conceitos espontâneos desenvolvem-se de forma ascendente para a generalização, abrindo zonas para a aprendizagem de um conceito científico, os conceitos científicos, por sua vez, desenvolvem-se de forma descendente e assim cria meios que possibilitam o desenvolvimento dos conceitos espontâneos. A formação dos primeiros (os espontâneos), segue a direção de baixo para cima (das propriedades mais elementares e inferiores para as superiores), com sua origem imbuída de experiência e ainda de modo não muito consciente no sujeito. Já os segundos (os científicos), surgem em sentido contrário, de cima para baixo (das propriedades mais complexas para as mais elementares e inferiores), em movimento "descendente", com início em uma definição verbal e com emprego não espontâneo, buscando então, materializar-se na experiência.

Consideramos importante acrescentar que este movimento não se dá de maneira linear, mas em espiral, num movimento dialético: um conceito espontâneo elementar abre caminho, na Zona de Desenvolvimento Proximal, para o desenvolvimento do conceito científico que, alcançando seu ponto forte, que é o nível de abstração e generalização, torna-se fraco e transforma-se em um conceito espontâneo forte, já não tão rudimentar, mas de certa forma mais elevado; e isto ocorre sucessivamente até chegar à formação dos verdadeiros conceitos. Assim: "naquilo em que os conceitos científicos são fortes os espontâneos são fracos, e vice-versa, a força dos conceitos espontâneos acaba sendo a fraqueza dos científicos" (VIGOTSKY, 2000, p. 263). Para o autor trata-se, pois, de um processo único de formação de conceitos em que o processo de desenvolvimento dos conceitos científicos nas condições de um sistema organizado, descende ao concreto, ao fenômeno, ao passo que a tendência do desenvolvimento dos conceitos espontâneos se verifica fora do sistema, ascendendo para as generalizações (VIGOTSKY, 2000).

O conceito é um ato de generalização e evolui na transição de uma estrutura de generalização para a outra, conforme o desenvolvimento do significado das palavras, isto é, "a formação dos conceitos científicos, na mesma medida que os espontâneos, não termina, mas apenas começa no momento em que a criança assimila pela primeira vez um significado ou um termo novo para ela, que é veículo de conceito científico" (VIGOTSKY, 2000, p. 265).

Disto é possível dizer que os conceitos espontâneos aparecem desde a mais tenra idade da criança, com a sua inserção no mundo da cultura e por sua necessidade de interação com os objetos e com as pessoas do seu entorno. Na convivência com o que é produzido historicamente pela sociedade, surge a necessidade de primeiro nomear as coisas para depois

significá-las. Neste contexto, as significações são produzidas pela ação do outro mais experiente, cujo papel é de extrema importância para o processo de apropriação dos conceitos científicos pela criança. No decorrer de suas ações, no mundo humanizado, ocorre o distanciamento dos objetos, há um pensar por meio dos conceitos e não pelo próprio objeto.

Assim, entendemos que para possibilitar aprendizagens frutíferas em Geometria, o professor precisa considerar alguns aspectos fundamentais para o processo de elaboração de conceitos: a criação de um ambiente de interações e mediações que sendo dialógico e problematizador, possibilite o desenvolvimento de tarefas que promovam a elaboração conceitual; os processos de significação compreendidos na relação com a linguagem e pensamento e, neste bojo, a comunicação das ideias na sala de aula (tradução da língua materna para a Linguagem Matemática); e, sobretudo, a correlação existente entre os conceitos espontâneos e os científicos.

A necessidade de criação de um ambiente de interações e mediações nas aulas de Matemática se justifica porque a formação de conceitos é mediada pelo signo e ocorre primeiro como categoria interpsíquica - no plano social, histórico e cultural por meio das interações dialógicas (condutas coletivas) e, depois, como categoria intrapsíquica - no plano individual (interno) como a internalização das funções socioculturais dos instrumentos e objetos, conforme revela na Lei Genética Geral do Desenvolvimento formulada por Vigotsky. No caso do ensino de Geometria, além da linguagem materna, o signo mais relevante é a Linguagem Geométrica que juntamente com as tarefas experimentais dão origem à formação do pensamento geométrico.

> O conceito é impossível sem palavras, o pensamento em conceitos é impossível fora do pensamento verbal; em todo esse processo, o momento central, que tem todos os fundamentos para ser considerado causa decorrente do amadurecimento de conceitos, é o emprego específico da palavra, o emprego funcional do signo como meio de formação de conceitos (VIGOTSKY, 2000, p. 170).

Daí a importância da contextualização no fazer matemático como substrato para a aprendizagem, pois é a partir da ressignificação dos conhecimentos que a criança traz de suas práticas sociais (conceitos espontâneos) que se chegará à formação do pensamento geométrico (conceito científico). O objetivo é que neste percurso o aluno abandone gradativamente o objeto concreto e chegue às abstrações sobre ele em sua ausência, logrando níveis mais elevados de generalidade com o progresso da escolaridade, conforme preconiza a perspectiva vigotskiana.

Apresentados os aspectos teóricos que fundamentam esta pesquisa, no próximo capítulo apresentaremos a análise das situações didáticas organizadas pelos professores investigados. O foco das análises são as práticas pedagógicas destes professores no contexto didático da Resolução de Problemas considerando as estratégias e os recursos didáticos que utilizam no ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

AS PRÁTICAS PEDAGÓGICAS DO PROFESSOR NO ENSINO DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Neste capítulo apresentamos a análise de situações didáticas da prática pedagógica de professores que ensinam a Matemática em turmas de 4.º e 5.º ano do Ensino Fundamental considerando o contexto metodológico da Resolução de Problemas. Nosso olhar para estas práticas está embasado nos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural e suas implicações pedagógicas para o trabalho educativo, especificamente no que diz respeito aos conceitos de: O homem e sua atividade; Atividade de estudo; Mediação; Processo de internalização; Zona de Desenvolvimento Proximal; Formação de conceitos; Significado e sentido.

A análise destas situações didáticas se dá a partir das seguintes fontes: **as falas dos professores** coletadas na entrevista, **os suportes teóricos** buscados nos autores de referência para este estudo e **a realidade** do contexto em que os professores atuam, observadas nas salas de aula e na análise de documentos e estão organizadas em quatro dimensões articuladas: **A prática pedagógica na Resolução de Problemas sobre Números e Operações; A prática pedagógica na Resolução de Problemas de Geometria; As implicações das avaliações externas em larga escala na prática pedagógica com a Resolução de Problemas Matemáticos; A prática pedagógica e a formação de conceitos matemáticos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.**

As dimensões foram assim delineadas porque os dados produzidos pelo estudo sobre as práticas pedagógicas de professores no ensino da Matemática nos anos escolares iniciais, as estratégias e os recursos que eles utilizam para ensinar os conteúdos, situaram-se predominantemente na formação de conceitos matemáticos de Números, Operações e Geometria, no contexto da Resolução de Problemas e, neste conjunto, as implicações das avaliações externas SAREM e SARESP na prática pedagógica destes professores.

Os sujeitos da pesquisa: os professores

Dos oito professores, interlocutores neste estudo, quatro atuam com o ensino da Matemática no 4.º ano e quatro ensinam essa área do conhecimento no 5.º Ano, todos são unidocentes. Neste estudo, os professores que ensinam em turmas de 4.º ano são nomeados como **"Professora TAP", "Professora ALF", "Professor UDE", "Professora IRDA**", e os que atuam no 5.º ano são nomeados como "**Professora MAK", "Professora NER", "Professor GAW"** e **"Professora NAV**".

A primeira educadora a ser caracterizada é a **Professora TAP,** natural do Estado de São Paulo, e tem quarenta e cinco anos de idade. Cursou Magistério em Nível Médio e concluiu a graduação em Pedagogia em 1991, pela Faculdade de Educação e Ciência Pinheirense. Atua como docente há vinte anos, há 15 anos no Ensino Fundamental. Na Rede lócus de investigação desenvolve suas atividades com turmas dos Anos Iniciais há dez anos, como professora efetiva. É o primeiro ano que atua com uma turma de 4.º ano.

A **Professora ALF** tem vinte e sete anos e nasceu no Estado de São Paulo. Em Nível Médio não cursou o Magistério, graduou-se em Ciências

Sociais, em 2010 e especializou-se em Educação Especial, em 2014 pela UNESP – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", em Marília - SP. É professora há quatro anos, sempre desempenhando suas atividades em escolas públicas da Rede Municipal. Atende turmas do 4.º ano há dois anos. Na escola pesquisada, trabalha a Disciplina de Matemática há três anos como professora interina/substituta.

Já o terceiro educador, o **Professor UDE**, tem trinta e seis anos, é natural do Estado de São Paulo. Cursou Magistério em Nível Médio e se formou em Direito em 2010 pela ULBRA. Atua há dezenove anos no Magistério. Como professor efetivo, atua na Rede Pública Municipal de Ensino de Marília há dezesseis anos, como professor de Matemática no 4.º ano e cumpre jornada semanal de cinco horas, no período matutino e duas horas no contraturno. Trabalha em escritório próprio como advogado no período vespertino.

A **Professora IRDA** tem quarenta e cinco anos, nasceu no Estado de São Paulo. Graduou-se em Licenciatura em Pedagogia em 2000 e especializou-se em Educação Infantil pela UNESP em Marília - SP. É docente há doze anos, trabalha há oito anos com os Anos Iniciais e é o segundo ano que leciona no 4.º ano. Atua na Rede Municipal há seis anos.

A **Professora MAK**, que desempenha a função de docente há seis anos, tem trinta e cinco anos de idade e é natural do Estado de São Paulo. Cursou o Magistério em Nível Médio e formou-se em Pedagogia em 2003, pela FAPI – Faculdade de Pinhais - PR. Atua com o ensino da Matemática há seis anos e há dois anos com turmas de 5.º ano. Na Rede em que se realizou esta pesquisa, atuava como professora interina/substituta.

A sexta educadora é a **Professora NER**. É natural do Estado de São Paulo e tem trinta e oito anos. Atua no Magistério há oito anos. No Ensino

Médio, como é atualmente nomeado, cursou o Propedêutico. Concluiu a graduação em Desenho Industrial em 1999, pela Universidade Norte do Paraná - UNOPAR e Licenciatura em Pedagogia em 2006, pela UNESP de Marília-SP e não tem especialização. Trabalha há seis anos na Rede, cenário desta investigação, na condição de professora volante, atendendo quatro anos turmas de 4.º ano e nos outros anos realizou substituições a professoras efetivas nos outros anos do Ensino Fundamental. No período de observação desta pesquisa lecionava para uma turma de 5.º ano.

O **Professor GAW** tem trinta e seis anos e é nascido no Estado de São Paulo. No Ensino Médio cursou o Magistério e, na graduação, Licenciatura em Pedagogia em 2007, com habilitação em Administração Escolar UNESP de Marília - SP. Atua na Rede Pública de ensino como professor efetivo há oito anos. Atualmente leciona para o 5.º ano.

Por fim, a **Professora NAV** tem trinta e seis anos e é natural do Estado de São Paulo. Em Nível Médio cursou o Técnico em Contabilidade graduando-se em Pedagogia, no ano de 2007 com habilitação em Educação Infantil e em 2008 habilitou-se em Administração Escolar pela UNESP – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Atua há cinco anos como professora dos Anos Iniciais e trabalha com o ensino da Matemática também na Educação de Jovens e Adultos - EJA. Na Rede lócus de investigação trabalha como professora volante. Este é o primeiro ano que trabalha com uma turma de 5.º ano.

Assim, temos a tabela seguinte, que revela, de maneira concisa, as características dos sujeitos, por meio dos quais buscamos compreender as práticas pedagógicas no ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Tabela 6 – Síntese das características dos professores colaboradores

Nome do Professor	Idade	Ensino Médio	Graduação/ Ano de conclusão/ Instituição	Especialização/ Ano de conclusão	Ano em que leciona/ Tempo de Magistério
Professora TAP	45	Magistério	Pedagogia/1991/ Faculdade de Educação e Ciência Pinheirense	Não possui	4.º ano/15 anos
Professora ALF	27	Não informou	Ciências Sociais/ 2010/ UNESP	Educação Especial/2014	4.º ano/4anos
Professor UDE	36	Magistério	Direito/2010/ ULBRA	Não possui	4.º ano/19 anos
Professora IRDA	45	Não informou	Pedagogia/2000/ UNESP	Educação Infantil	4.º ano/12 anos
Professora MAK	35	Magistério	Pedagogia/2003/ FAPI	Não possui	5.º ano/6 anos
Professora NER	38	Propedêutico	Desenho Industrial/1999/ UNOPAR Pedagogia/2006/ UNESP	Não possui	5.º ano/6 anos
Professor GAW	36	Magistério	Pedagogia/2007/ UNESP com habilitação em Administração escolar	Não possui	5.º ano/8 anos
Professora NAV	36	Tec. em Contabilidade	Pedagogia/2007/ UNESP com habilitação em Educação Infantil em 2007 e Habilitação em Administração Escolar em 2008	Não possui	5.º ano/5 anos

Fonte: Questionário - Caracterização do professor

Os dados da tabela acima revelam que os professores colaboradores desta pesquisa são nascidos nas décadas de 70 e 80, o que permite inferir que sua formação matemática traz marcas do ensino da Matemática Moderna. No Brasil, o MMM esteve presente nas escolas brasileiras nas décadas de 60 e 70, sobretudo, via livro didático, formação de professores e realização de palestras e cursos de Matemática Moderna. Esta proposta de ensino da Matemática era carregada de simbolismo e enfatizava a precisão de uma nova linguagem matemática, professores e alunos passaram, então, a conviver com a teoria dos conjuntos, com as noções de estrutura e de grupo.

Apresentados os oito professores colaboradores da pesquisa, faz-se necessário ainda algumas ponderações, pois estudar a prática pedagógica no sentido proposto por esta investigação, requer conhecer, ainda que de maneira abreviada, o que dizem as propostas curriculares sobre os conteúdos matemáticos que devem ser explorados com alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Na ocasião deste estudo, os Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática (1997), orientava que os currículos de Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental deveriam contemplar o estudo dos Números e das Operações, o estudo do Espaço e das Formas e o estudo das Grandezas e das Medidas (que permitem interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria). Ainda que estes conteúdos estivessem organizados em bloco, as propostas curriculares preconizam que caberia ao professor apresentá-los aos alunos da maneira mais integrada (BRASIL, 1997).

Em consonância, a Proposta Curricular de Matemática do Estado de São Paulo indicava para os cinco Anos Iniciais do Ensino Fundamental, os conteúdos a serem trabalhados de maneira articulada, quais sejam:

Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal; Operações com Números Naturais; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação: introdução à Estatística, Combinatória e Probabilidade; Introdução aos Números Racionais, sendo este último recomendado apenas para o 4.º e 5.º ano.

Semelhantemente, a Proposta Curricular da Secretaria de Educação de Marília - SP, organizava os conteúdos matemáticos para o 4.º e 5.º ano em quatro temas: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Tratamento da informação e orientava que tais conteúdos fossem trabalhados de forma integrada em todos os bimestres. A orientação didática dada neste Documento orientava que o planejamento das ações de ensino considerasse os princípios que norteiam a Resolução de Problemas como metodologia de ensino.

Segundo a Proposta Curricular desta Rede Pública Municipal de Ensino, o professor ao elaborar o plano de aula deveria considerar as Expectativas de Aprendizagem nela prescritas para cada bimestre. Estas Expectativas deveriam ser exploradas por meio de estratégias e recursos diversos: dramatizações, desenhos, materiais de sucata, ábacos, blocos lógicos, material dourado, material Cuisenaire, visando o trabalho contextualizado, desafiador e lúdico.

Na pesquisa ora apresentada, constatamos nas aulas observadas o predomínio do ensino da Matemática concentrado no Eixo: Números e Operações, especificamente na Aritmética. Por este motivo nas análises aqui tecidas sobressaem situações didáticas registradas nas salas de aula voltadas para este Eixo.

Feitas estas considerações, é chegado o momento do diálogo. Um diálogo que, como já mencionamos, se dá a partir do registro de situações

didáticas desenvolvidas pelos professores, sujeitos desta pesquisa, e de suas falas – embebidas das suas vivências, concepções e experiências – sempre conversando com teóricos já apresentados nesta redação. O que pretendemos com este diálogo é promover sínteses construtivas que ajudem a elucidar **que práticas pedagógicas são evidenciadas no trabalho do professor que ensina a Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, considerando-se as implicações relacionadas à Resolução de Problemas.** Prossigamos, assim, propriamente, à apresentação dos eixos de análise, começando pela análise sobre a prática pedagógica na Resolução de Problemas de Números e Operações.

A prática pedagógica na Resolução de Problemas de Números e Operações

Iniciamos a apresentação dos dados deste eixo realizando uma breve contextualização sobre o que prescreve os Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática e a Proposta Curricular da Rede Pública Municipal de Ensino de Marília - SP a respeito dos conteúdos de Números e Operações a serem trabalhados nos 4.º e 5.º anos do Ensino Fundamental.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática - Segundo Ciclo, hoje 4.º e 5.º ano do Ensino Fundamental, orientam que o trabalho do bloco de conteúdo Números e Operações deve contemplar vários conhecimentos matemáticos: Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal; Números Racionais; Operações com Números Naturais; Operações com Números Racionais. De acordo com estas orientações, espera-se que ao final do segundo Ciclo, especificamente em relação ao tema Números e Operações, o aluno tenha desenvolvido as seguintes competências:

> Resolver situações-problema que envolvam contagem, medidas, os significados das operações, utilizando estratégias pessoais de resolução e selecionando procedimentos de cálculo; [...]
> Ler, escrever Números Naturais e Racionais, ordenar Números Naturais e Racionais na forma decimal, pela interpretação do valor posicional de cada uma das ordens; [...]
> Realizar cálculos, mentalmente e por escrito, envolvendo Números Naturais e Racionais (apenas na Representação Decimal) e comprovar os resultados, por meio de estratégias de verificação (BRASIL, 1997, p. 63).

Sobre o tema Números e Operações, a Proposta Curricular da Rede Municipal de Ensino de Marília prescreve que no 4.º e 5.º ano do Ensino Fundamental sejam trabalhados os seguintes conteúdos:

Tabela 7 - Conteúdos de Matemática para o 4.º e 5.º ano do Ensino Fundamental

Números e Operações	**4.º**	**5.º**
Sistemas de numeração: romano, maia, egípcio;	X	X
Composição e decomposição de Números maiores que 1000;	X	X
Utilização de Números Ordinais em situações diversas;	X	X
Sistema Monetário Brasileiro;	X	X
Operações com Números, através de situações-problema, utilizando as ideias fundamentais da adição, subtração, multiplicação e divisão;	X	X
Sistematização das técnicas operatórias com Números Naturais;	X	X
Números Racionais em suas representações fracionária e decimal;	X	X
Comparação de frações;	-	X
Porcentagem: 25%, 50%, 100%;	-	X
Relacionando fração, Número Decimal e Porcentagem;	-	X
Ampliação do estudo sobre Números;	-	X
Operações com Números Racionais, através de situações-problema;	-	X
Técnicas operatórias simples com Números Racionais.	-	X

Fonte: Proposta Curricular da Rede Pública Municipal de Ensino de Marília - SP para o 4.º e 5.º ano do Ensino Fundamental, 2012, p. 22

Esta Proposta Curricular, da Rede em que atuam os sujeitos desta pesquisa, delimita que as práticas educativas sejam organizadas pelos professores de modo a contemplar estes conteúdos e as Expectativas de Aprendizagem, em consonância com as orientações didáticas que, como já citado neste texto, consideram a Resolução de Problemas como metodologia de ensino. Em relação ao Eixo supracitado espera-se que ao final do 4.º e 5.º ano do Ensino Fundamental os alunos sejam capazes de:

Tabela 8 - Expectativas de Aprendizagem para o 4.º e 5.º ano do Ensino Fundamental

1 - Números e Operações	**4.º**	**5.º**
Reconhecer outros sistemas de numeração (romano, maia, egípcio);	X	X
Compor e decompor Números maiores que 1000, comparando-os e ordenando-os;	X	X
Ampliar a compreensão do Sistema de Numeração Decimal, associando as unidades das várias ordens e classes ao seu valor posicional;	-	X
Utilizar os Números Ordinais em situações diversas;	X	X
Resolver situações-problema com Números Naturais, envolvendo as ideias da adição (juntar / acrescentar) e da subtração (tirar / compensar e completar);	X	X
Resolver situações-problema com Números Naturais, envolvendo as ideias da multiplicação (parcelas iguais e combinatórias) e da divisão (medir e repartir);	X	X
Compreender o conceito de Número Racional em suas representações: fracionária e decimal;	X	X
Resolver situações-problema, envolvendo Números Racionais: forma fracionária e decimal;	X	X
Resolver situações-problema, utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro;	X	X
Comparar frações identificando as equivalentes;	-	X
Ampliar o estudo sobre Números Racionais, identificando-os e associando-os a diferentes significados;	-	X
Sistematizar técnicas operatórias sem e com agrupamentos;	X	X
Resolver situação-problema envolvendo noções de Porcentagem (25%, 50% e 100%);	-	X
Relacionar o Número Racional em suas diversas representações: fracionária, decimal e percentual.	-	X

Fonte: Proposta Curricular da Rede Pública Municipal de ensino de Marília - SP para o 4.º e 5.º ano do Ensino Fundamental, 2012, p. 4-5.

A observação da prática de ensino dos oito professores pesquisados, no que tange à prática pedagógica na Resolução de Problemas de Números e Operações, revelou que este ensino é marcado pela proposição de problemas convencionais, com o objetivo de ensinar os alunos a realizarem procedimentos automáticos previamente definidos.

As análises das atividades que serão apresentadas e discutidas ao longo deste capítulo permitem afirmar que ainda persiste na prática pedagógica destes professores a maneira tradicional de trabalhar **exercícios** e não **problemas**, no sentido explicitado por Echeverría e Pozo (1998). As atividades foram propostas como pretexto para meras aplicações, que demandam imitação e repetição de técnicas operatórias e procedimentos algorítmicos. Neste processo, os professores propuseram "problemas" para que os alunos os resolvessem. O caminho para a compreensão do problema, em geral, se restringiu em identificar "palavras-chave" que compõe o enunciado e a solução residiu em saber fazer "contas".

Começamos a mostrar essa abordagem pelas atividades propostas pela Professora IRDA, do 4.º ano. Vejamos seu plano de aula, extraído do seu Semanário, do dia 21 de outubro de 2014.

1) Calcule o quociente e o resto das divisões:

a) 90:15= *b) 68:17=* *c) 56:15=*

d) 98:13= *e) 45:11=* *f) 74:15=*

2) Um feirante repartiu, igualmente, 57 laranjas entre 12 meninos.

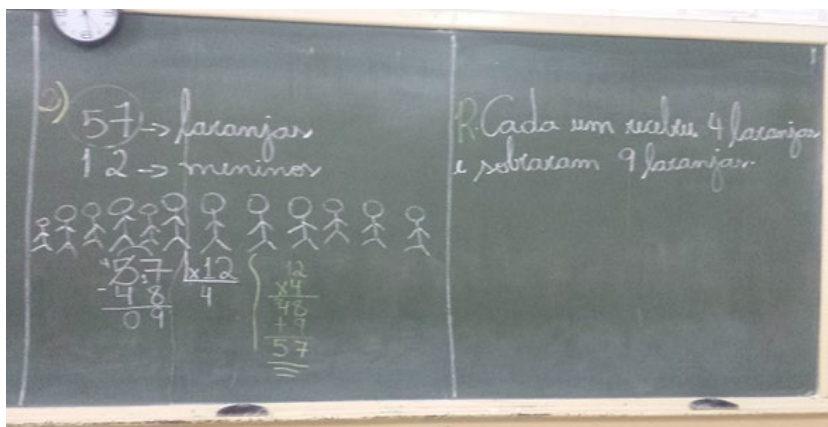
Quantas laranjas receberam cada um?

Esta atividade possibilita primeiro o treino do algoritmo da divisão para depois, então, resolver a situação-problema que, exige a aplicação deste conhecimento. Neste entendimento, o processo de apropriação do conhecimento matemático é um movimento linear e ocorre das partes para o todo, do específico para o geral. Essa prática pedagógica no ensino da Matemática pautada na resolução de exercícios que, como pode ser visto, se baseia no uso de habilidades ou técnicas *sobreaprendidas* pouco contribui para a formação do pensamento teórico-conceitual do escolar, que se encontra em processo de apropriação dos rudimentos do conhecimento lógico-matemático, como é o caso dos alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (ECHEVERRÍA; POZO, 1998).

Pontuamos aqui que a metodologia de Resolução de Problemas exige do professor uma importante participação no processo de formação dos conceitos matemáticos e na generalização ou transferência destes conhecimentos adquiridos em aula, para um contexto mais cotidiano ou informal. Para isso ele deve ser capaz de diferenciar um exercício de um problema; de desenvolver um ensino que possibilite a transformação dos pseudoproblemas em verdadeiras situações problemas; possibilitar a passagem do uso técnico do conhecimento para o seu uso estratégico; de promover a sistematização, socialização dessas estratégias tendo em vista a propagação do conceito para outras situações do cotidiano (ECHEVERRÍA, 1998).

Ainda pensando sobre a atividade acima proposta, especialmente sobre o problema "Um feirante repartiu, igualmente, 57 laranjas entre 12 meninos. Quantas laranjas receberam cada um?" é possível ver logo abaixo que sua explicação pela Professora IRDA tem como pressuposto básico o procedimento algorítmico, embora a utilização da Representação com

desenhos ou esquemas conceituais dos alunos pudesse sugerir a preocupação com a dificuldade de compreensão dos alunos:

Figura 3 - Resolução de Problemas centrada nos números do enunciado, na ‘conta’ e na resposta

Fonte: a autora, 21/10/2014

No entanto, as ideias de agrupamentos com mesma quantidade e de estimativa não foram exploradas e a Representação Pictórica, na prática, não se interliga com a heurística utilizada para Resolução do Problema. Percebe-se na imagem acima, que para ensinar a resolver um problema, a Professora IRDA considera três elementos: os Números que aparecem no enunciado; a conta; e a resposta. Ainda que prática de ensino desta professora, em geral, não contemple as premissas do trabalho com a Resolução de Problemas matemáticos, ela compreende que a fase da execução do plano termina no registro escrito da resposta, como parte que integra a resolução. A fase da execução do plano foi demonstrada por meio do algoritmo da divisão e o registro da resposta: *Cada um recebeu 4 laranjas e sobraram 9 laranjas.*

Embora ela tenha uma preocupação com o registro por meio do desenho para ajudar na Representação e Solução do Problema e com o registro da solução em forma de frase, a Professora IRDA não utiliza o desenho como uma estratégia de resolução diferente da "conta". Na perspectiva desta professora, esta estratégia já foi fortemente explorada nos anos escolares anteriores e que, no 4.º ano a criança deve evoluir para a resolução por meio do uso de algoritmo.

Esta professora sempre começa a atividade pela sua explicação: Ela distribui as atividades para os alunos e, sem dar tempo para a criança ler e realizar alguma tentativa de resolução, começa a explicar verbalmente, fazendo algumas perguntas que os levem a encontrar os dados enunciados e a descoberta da "conta" que se deve fazer. Sua preocupação está em ensinar uma só maneira de resolver o problema.

O fato é que nesse tipo de abordagem, os alunos não têm tempo de significar o que foi lido, pois a professora mesmo leu o enunciado da tarefa perguntando o que entenderam, mas antes mesmo que eles pudessem refletir sobre o conteúdo e expressarem sua compreensão, ela já deu a sua interpretação. Nisso, a compreensão do problema é apresentada pela professora aos alunos como um pensamento pronto e definitivo, ou seja, como existindo uma única forma possível de significação.

Isso impede que as crianças desenvolvam suas heurísticas, suas próprias estratégias, para encontrar a solução do problema; empobrece a aula porque ensina que existe uma forma única de se resolver o problema; impede a fomentação das diversas estratégias que poderiam surgir; além disso, ao centrar o ensino no professor ela compromete o desenvolvimento da autonomia dos sujeitos. Vale dizer que ensinar a Matemática num processo voltado para a formação de conceitos exige considerar o desenvolvimento da autonomia do aluno como princípio fundamental.

Tendo como base os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, é possível inferir que esta professora restringe a atividade de aprendizagem de seus alunos na sala de aula, porque decide *por* eles, escolhe a estratégia *por* eles, resolve *por* eles, e o que é mais agravante, pensa *por* eles, quando, a ação pedagógica deveria acontecer num processo colaborativo entre o professor e os alunos em que, o professor como parceiro mais experiente, deveria decidir *com* eles, escolher *com* eles, resolver *com* eles e pensar *com* eles (LEONTIEV, 1978; VIGOSTSKY, 2000), incidindo sobre a Zona de Desenvolvimento Proximal de cada aluno e promovendo ações que impulsionam o curso de seu desenvolvimento para o alcance de níveis superiores.

Também a Professora TAP, do 4.º ano, vê a Resolução de Problemas como aplicação e transferência de conhecimento já adquirido. Ela dedica-se a propor algumas "contas" de multiplicação, e cobra este conhecimento em situações-problemas. Vejamos seu plano de aula, retirado do seu Semanário, em 21 de outubro de 2014.

> ***Área do conhecimento: Matemática***
> ***Conteúdo:*** *Multiplicação*
> ***Atividade:*** *situações-problema/técnica operatória*
> ***Desenvolvimento:*** *Será entregue atividade impressa e os alunos deverão responder no caderno. A correção será coletiva, retomando os passos da multiplicação por dois algarismos.*
>
> *1- Um caminhão leva 185 caixas, cada uma com 15 Kg de laranjas, até uma indústria. Quantos quilos de laranja o caminhão está transportando?*
>
> *2- Durante as férias escolares, Paulinha viajou para Porto Seguro, onde tirou muitas fotos com sua máquina digital. Na volta ela resolveu revelar as fotos de sua incrível*

viagem. Paulinha colocou 12 fotos em cada página do álbum. O álbum com 45 páginas ficou completamente cheio. Quantas fotos Paulinha colocou no álbum?

3- Uma sala teatral será construída em uma escola para as apresentações dos alunos. A sala possuirá 15 filas e cada fila contará com 32 poltronas. Quantas pessoas poderão ser convidadas para as apresentações, no intuito de quer todos permaneçam sentados?

4- Resolva as multiplicações;

a) 14 X 26 =

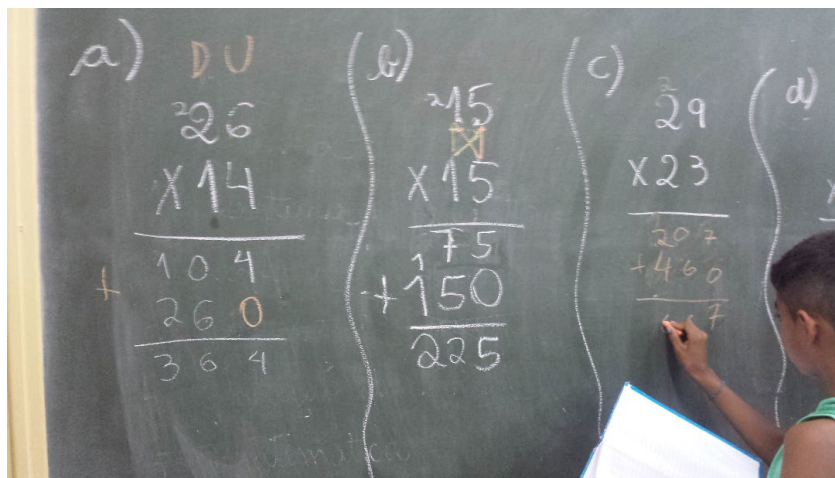
b) 15 X 15 =

c) 23 X 29 =

d) 32 X 45 =

5- Em uma caixa existem 12 ovos. Quantos ovos existem em 24 caixas?

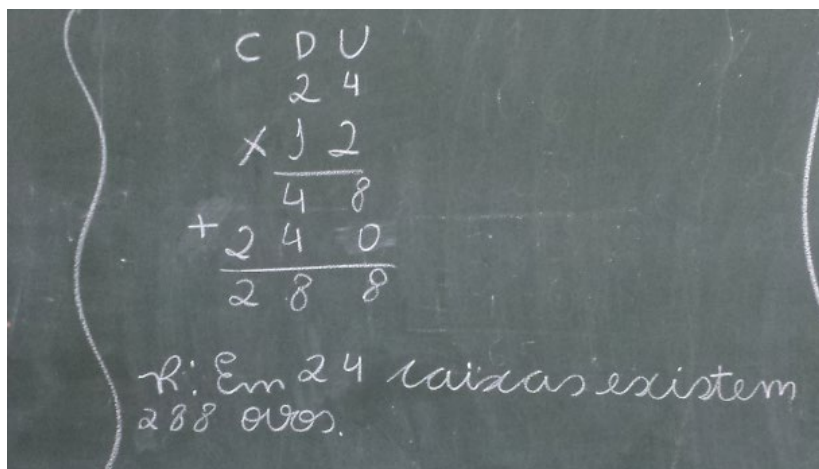
Essa maneira de ensinar é confirmada na imagem abaixo, em que alguns alunos depois de resolverem o algoritmo da multiplicação em seus cadernos, são convidados para apresentar sua Resolução na lousa.

Figura 4 - Ensino centrado na técnica operatória da multiplicação

Fonte: a autora, 21/10/2014

O ensino do algoritmo da multiplicação se deu de maneira única e mecânica, não se explorando outro método. Para ensinar 26x14 a professora ajudou o aluno dizendo "*quatro vezes o seis e igual a vinte e quatro, "sobe dois" e coloca o quatro embaixo; quatro vezes o dois são 8, mais o dois que subiu são 10" que dá 104"* e depois passou à multiplicação das dezenas: *"um vezes o seis são 6 e um vezes o dois são dois, que dá 26; acrescento o zero na casa das unidades, e assim fico com 260. Agora é só somar 104+260 que dá 364"* (Caderno de Campo, 21-10-2014).

Neste dia primeiro se trabalhou as "contas" para depois resolver a situação problema "Em uma caixa existem 12 ovos. Quantos ovos existem em 24 caixas? A explicação da situação problema se deu verbalmente. O que se registrou na lousa foi somente a conta 12x24 e a resposta: Em uma caixa existem 288 ovos, como pode ser visto na figura abaixo,

desconsiderando, portanto, as etapas da Resolução de Problemas propostas pelos estudiosos da temática.

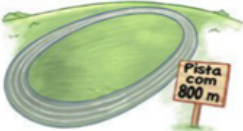
Figura 5 - Resolução de Problemas: foco na técnica operatória da multiplicação

Fonte: a autora, 21/10/2014

Essas imagens revelam primeiramente, a preocupação das professoras com a aprendizagem do procedimento algorítmico da multiplicação e, atrelado a isso, a constatação de que prevalece de forma explícita a crença em um processo de aprendizagem matemática por associação de modelos. Este modo de ensinar não enfatiza a compreensão do Sistema de Numeração Decimal, o que segundo Zunino (1995) resulta em muitas das dificuldades para os estudantes das séries iniciais quando se trata especialmente do trabalho com as quatro operações básicas.

Esta situação didática permite constatar que na prática pedagógica destes professores ainda é forte a presença da instrução tradicional no ensino da Aritmética em que a criança é ensinada seguir regras chamadas

algoritmos, que treinam, por exemplo, a somar, subtrair e multiplicar colunas da direita para a esquerda. Este ensino encaminha-se no sentido contrário àquele pelo qual as crianças pensam. Segundo Kamii (1995, p. 32-33) "se lhes dissermos que a maneira de efetuar 13 + 13 é 3 + 3 e 10 + 10, teremos apresentado uma regra que contraria a forma com que as crianças pensam. Elas consideram 13 como sendo 10 e 3, não como 3 e 10".

Durante a observação das aulas dos professores, colaboradores deste estudo, foi possível perceber que eles reiteradamente ensinam o procedimento algorítmico da multiplicação apenas de uma maneira. O ensino é mecânico e desconsidera que multiplicar passa pela compreensão do valor posicional. Por exemplo, na situação didática demonstrada na figura 5 a Professora PAT ao ensinar a multiplicação 24x12 recorre a um pensamento, que Zunino (1995) nomeia de procedimento mágico: 2x4 é igual 8, 2x2 é igual a 4, depois multiplica-se os outros numerais: colocando-se automaticamente o zero na casa da unidade, prossegue multiplicando, ao invés de 10x4 ela multiplica 1x4 que é igual a 4 e não 40, e para 10x2 ela multiplica 1x2 é igual a 2 e não 20. Ora a criança fica confusa, porque entende que o resultado desta ação, de 1x24 é 24 e não 240 como fica registrado.

Um ensino assim realizado induz as crianças a pensarem que as contas possuem um "poder mágico"; a ainda, a operarem de uma maneira muito diferente da que utilizariam frente a uma situação problema, porque as crianças não as consideram como formas concretas de Representação; as concebem como entidades autônomas, que não representam nada e das quais podem surgir resultados totalmente independentes das ações realizadas pelo sujeito (ZUNINO, 1995).

Ao ensinar o algoritmo das operações aritméticas é imperioso criar as condições que, permitam aos alunos descobrirem os fundamentos desses mecanismos. Ao invés de usar termos tais como "levar-se" e "pedir emprestado", deve mostrar que estes procedimentos estão estritamente vinculados com a base decimal que constitui o nosso sistema de numeração. É preciso ensinar o algoritmo com compreensão.

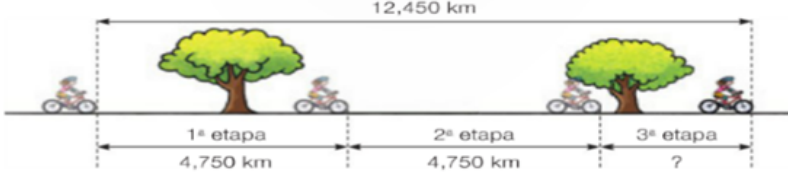
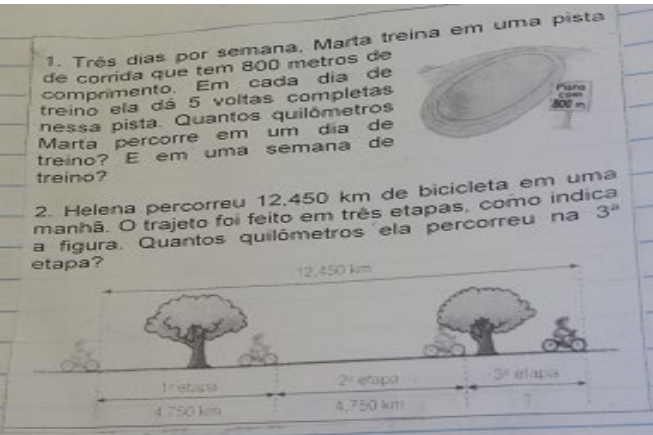
Ensinar primeiro o procedimento algorítmico, para depois aplicá-lo em uma situação problema é reiteradas vezes percebido na prática da maioria dos professores participantes da pesquisa. No cotidiano do ensino de Matemática é comum encontrar uma postura pedagógica em que as indagações do professor(a) tem como objetivo levar o aluno a descobrir qual é a "conta" e assim, não é raro ouvir a pergunta: "é *de mais* ou *de menos* professora?" Esta conduta didática expressa o predomínio do aspecto utilitário da Matemática, que se traduz em saber fazer, em que o professor se dedica a ensinar os procedimentos em detrimento das atitudes de saber pensar. Trata-se de privilegiar o aspecto procedimental em detrimento do conceitual. Este modelo de ensino promove o conhecimento procedimental, instrumental, pautado em a práticas de memorização, repetição e treinamento, mas ajuda pouco em relação ao conhecimento atitudinal.

Esta postura de ensino da Matemática se revela também na prática pedagógica da Professora NAV, cujo ponto principal da resolução de um problema reside em ajudar o aluno a descobrir "qual é a conta". Isso é percebido claramente no desenvolvimento do trabalho das seguintes atividades:

Figura 6 - Situação-problema de medidas de comprimento

1. Três dias por semana, Marta treina em uma pista de corrida que tem 800 metros de comprimento. Em cada dia de treino ela dá 5 voltas completas nessa pista. Quantos quilômetros Marta percorre em um dia de treino? E em uma semana de treino?

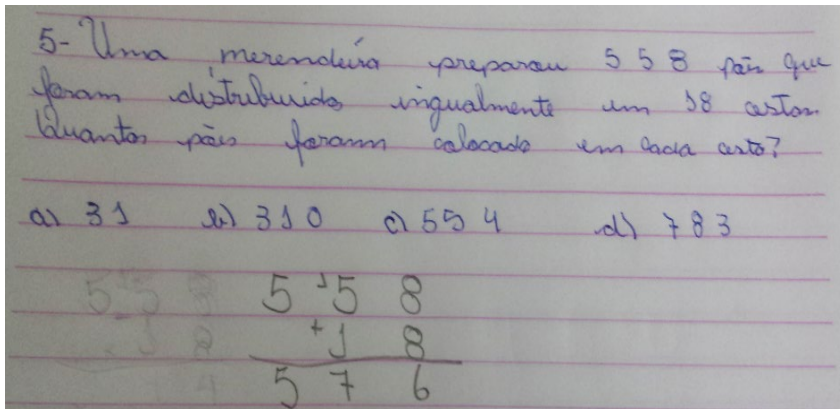
2. Helena percorreu 12,450 km de bicicleta em uma manhã. O trajeto foi feito em três etapas, como indica a figura. Quantos quilômetros ela percorreu na 3ª etapa?

Fonte: Semanário da Professora NAV (05/09/2014)

A Professora NAV faz a leitura do problema 1, ressaltando os dados e diz "*São pelo menos três contas que vocês terão que fazer*"; faz o mesmo com o problema 2 e diz "*são pelo menos duas contas que vocês terão que fazer*" (Caderno de Campo, 05-09-2014). O resultado desta ação de ensino é que algumas crianças que não conseguiram entender o enunciado se concentraram em "fazer contas", que não possibilitariam encontrar a solução do problema; os alunos não conseguiram lidar com as unidades de medidas de comprimento (metro e quilometro); a resolução nos cadernos dos alunos se traduziram em um amontoado de algoritmos, conforme pode ser visto na figura 7.

Figura 7 - Resolver problemas se resume em utilizar técnicas operatórias

Fonte: a autora, 05/09/2014

Um olhar mais atento nesta atividade acima, desenvolvida por um aluno da Professora NAV, e nas atividades abaixo desenvolvidas por um aluno da Professora MAK, ambas do 5.º ano, permite ver que esta maneira de ensinar - que concebe a Resolução de Problemas como aplicação e transferência de conhecimento já adquirido - produz no aluno uma concepção enganosa sobre a Resolução de Problemas: *resolver problemas resume-se a usar os números que aparecem no enunciado em alguma "conta"*. Na figura 8 apresentada a seguir, é possível constatar que mesmo sem compreender o problema, a criança lança mão desta estratégia e o resolve equivocadamente.

Figura 8 - Concepção de Resolução de Problemas

Fonte: a autora, 01/09/2014

Nacarato et al. (2009), concordam que um ensino com forte ênfase nos conteúdos e algoritmos das operações, em detrimento da formação de conceitos e das ideias presentes nas operações básicas de fato se constitui em uma dificuldade, pois não torna possível o pensar e o fazer matemático em sala de aula. Esta concepção de ensino consolida uma Matemática Escolar reducionista, destituída de significado que leva o aluno a pensar, tão somente, que, "diante de um problema, há que se fazer cálculos" (NACARATO et al., 2009, p. 89), o que o leva a ficar esperando que o professor lhe diga "qual é a "conta" a ser feita ou, simplesmente, ele se arrisca a fazer uma série de algoritmos totalmente descontextualizados. Trata-se, como já antes foi dito, de habilidades ou técnicas *sobreaprendidas* ou, tão somente, exercícios, conforme pontuam Echeverría e Pozo (1998). Para estes autores, os procedimentos heurísticos na Resolução de Problemas contribuem para que essas concepções sejam abandonadas e substituídas pelo desenvolvimento de estratégias mais complexas na solução de problemas matemáticos.

Em uma das aulas, um aluno perguntou a Professora MAK: *"qual é a resposta da questão 5?"*. Ela prontamente respondeu: *"faz a conta!"* (Caderno de Campo, 01-09-2014). De acordo com Zunino (1995), encontrar uma estratégia adequada para resolver um problema é algo muito diferente de poder representá-lo, por meio de uma conta convencional e mais, a introdução apressada da conta convencional pode criar obstáculos, para a elaboração de uma estratégia adequada.

Não é por fazer muitas contas que o aluno aprende a identificar quais são as operações que fazem sentido, em uma nova situação problema, ainda que semelhante. Ademais, os estudos de Mayer (1992) nos ajudam a compreender que o êxito na solução de um problema não se restringe ao conhecimento algorítmico, aliás, este é um conhecimento dentre tantos outros aos quais se pode recorrer para solucionar um problema matemático.

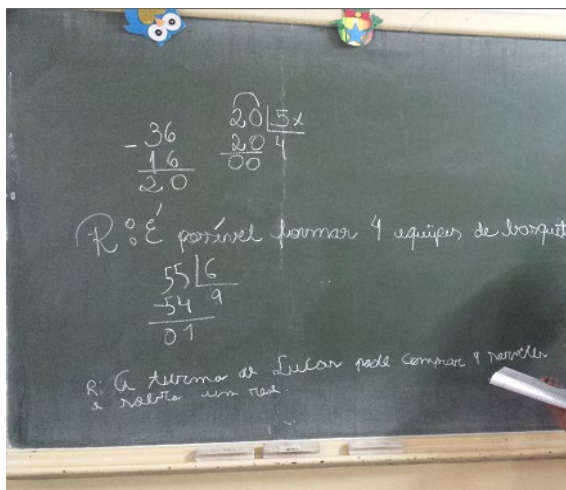
Os estudos deste autor nos ajudam a entender que a capacidade matemática para a solução de problemas não é adquirida na prática de muitos exercícios repetitivos; muito mais que isso, ela envolve outros conhecimentos: o *conhecimento linguístico* (conhecimento sobre a língua ou idioma); o *conhecimento factual* (conhecimento sobre o mundo); o *conhecimento do esquema* (conhecimento de tipos de problemas); o *conhecimento de estratégias* (conhecimento de como desenvolver e monitorar um plano de solução); o *conhecimento algorítmico* (conhecimento dos procedimentos necessários para realizar corretamente as operações matemáticas). Esses conhecimentos podem ser acionados considerando a conexão com os conhecimentos declarativos e os conhecimentos de procedimentos, necessários à solução de problemas.

Esta situação percebida na aula da Professora MAK se agrava, na medida em que a docente, centrando-se apenas na conta, não trabalha o

sentido do enunciado, não recorre a outras estratégias para ajudar a criança a compreender a situação problema. Esta dificuldade pedagógica nos remete a Brito (2006) que aponta uma maneira de evitar esse tipo de ocorrência: incentivar a leitura cuidadosa e atenta do enunciado do problema. Segundo esta estudiosa, desde o início da escolaridade é preciso que sejam enfatizadas a leitura e a compreensão da história do problema aritmético, bem como o pensar sobre as possíveis soluções. Trata-se de entender que "A leitura cuidadosa e atenta do enunciado é fundamental, pois permite ao indivíduo elaborar uma Representação do Problema e, em seguida, formular um plano de execução" (BRITO, 2006, p. 27). Essa recomendação de Brito (2006) nos faz revisitar a primeira grande etapa da Resolução de Problemas, a saber, a Representação ou Tradução do Problema (MAYER, 1992).

Além desta problemática apontada na prática pedagógica da Professora MAK, ela ainda pede às crianças que façam a correção na lousa, porém tal correção se resume ao registro do algoritmo e da resposta. Vejamos como ficou o registro da atividade:

> *"Na classe de José há 16 meninas e o total de alunos é 36. Quantas equipes de basquete é possível formar só de meninos? "*

Figura 9 - A prática de ensino de problemas aritméticos

Fonte: a autora, 05/09/2014

Quando indagada durante a entrevista sobre o fato de, reiteradamente, pedir aos alunos para irem à lousa fazer a correção das atividades, a Professora MAK assim respondeu: *"É para ver se o aluno entendeu. Porque se o aluno não entendeu, chamo um amigo para fazer. O amigo tem outro jeito de explicar, que pode contribuir para que a criança entenda"* (Professora MAK). Contudo, isso não ocorreu em nenhuma das aulas observadas, pois quem ia à lousa eram os alunos que haviam respondido de acordo com o esperado pela professora.

Esta maneira de organizar a correção das atividades utilizada pela Professora MAK, evidencia as significações de como se deve proceder o ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino fundamental na perspectiva tradicional de ensino. Essas significações, em geral, são cristalizações da experiência social e da prática social do professor e foram apropriadas ao longo de sua formação matemática na Educação Básica e

no curso de formação de professores em nível de Magistério e depois a Licenciatura em Pedagogia. Expressa ainda um sentido próprio, um sentido pessoal vinculado diretamente ao que significa ser professor que ensina Matemática nesta fase da escolaridade, à sua necessidade e motivos de ensinar esses conteúdos, e sentimentos em relação à Matemática e seu ensino.

A nosso ver, esta didática não é propulsora de aprendizagem para a maioria dos alunos, uma vez que a Docente não investiga o Pensamento Matemático da criança; não possibilita o levantamento de hipóteses e o registro de outras estratégias formuladas pelos alunos ou por ela mesma; além disso, não encoraja à justificativa de seus raciocínios, nem tampouco à proposição de soluções e à validação (ou não) de suas próprias conclusões, o que dificulta que ela conheça elementos, que evidenciem o nível de desenvolvimento em que se encontram cada um dos seus alunos, assim como as diferenças entre seu nível de compreensão e o deles.

O conhecimento do nível de desenvolvimento do aluno é condição indispensável, para que o professor organize os procedimentos adequados ao seu aprendizado, propondo ações que estejam coesas com o motivo da atividade, motivo este que deve coincidir com o seu fim (VIGOTSKY, 2000; LEONTIEV, 1978; 2014).

Com efeito, aqui temos uma situação, em que a organização do trabalho pedagógico não leva em conta a relação que se deve estabelecer entre o motivo e o fim do que se propõe ao aluno (LEONTIEV, 1978; 2014).

Observamos ainda na figura acima que o algoritmo da divisão é ensinado apenas pelo método longo. A aprendizagem do algoritmo da divisão tem se constituído em preocupação para os professores do 5.º ano,

sujeitos desta pesquisa. Em seu depoimento, a Professora NAV afirma que seus alunos apresentam bastantes dificuldades com o algoritmo da divisão. Ao observarmos suas aulas percebemos que esta professora ensina a divisão, ora pelo método longo, ora pelo método breve, ora pela tabuada, ora de maneira misturada, desconsiderando que cada método possui sua abordagem, sua linguagem específica e uma explicação para cada decisão (Caderno de Campo, 19-09-2014), o que nos remete ao estudo de Zunino (1995), que aponta a divisão como conteúdo de maior dificuldade nas 3ª 4ª e 5ª séries.

É importante destacarmos aqui que a compreensão do procedimento algorítmico passa pela compreensão inicial dos agrupamentos típicos, que na escola se denomina de processo americano de divisão e pelo recurso às subtrações sucessivas mediante estimativa. O argumento é: se os professores consideram o algoritmo como imprescindível, é necessário conduzir as crianças ao processo de sua constituição, o que não poderia prescindir dos mecanismos das estimativas e das aproximações por subtrações sucessivas que o envolve. Mas havemos de considerar outro aspecto relevante nesta discussão: o algoritmo seria mais importante do que raciocinar criativamente em uma sociedade tecnológica como a nossa, na qual um celular se transformou em uma necessidade de consumo para as pessoas? Além disso, se elas sabem pensar matematicamente, o manuseio da calculadora ou do celular, permitem resolver tais situações matemáticas com competência.

Todavia, não se pode desconsiderar que, na fase da execução do plano de resolução de um problema, alguns alunos se destacam pela sofisticação com que lidam com as técnicas operatórias. Os algoritmos matemáticos são ferramentas poderosas que contribuem para uma solução dos problemas. São regras que garantem a solução quando corretamente

aplicadas (CAI, 1998 apud BRITO, 2006, p. 32). Quando o aluno soluciona um problema utilizando uma técnica operatória é porque ele já aprendeu e por isso, o conhecimento operacional se torna o caminho mais viável na solução do problema. Vale lembrar, que o ensino da Matemática abrange o ensino de técnicas operatórias, mas não se resume a isso. É necessário desenvolver uma Educação Matemática para a criatividade, que não se limite a promover o conhecimento procedimental, mas tenha como finalidade o conceito científico e o desenvolvimento do Pensamento Teórico.

Os dados analisados nesta pesquisa permitem inferir que, um dos entraves no ensino da Matemática nos Anos Iniciais de escolaridade consiste em que esta disciplina continua sendo entendida como a que tem por maior obrigação ensinar os algoritmos usuais/tradicionais, caracterizados por uma Representação vertical e cálculos com dígitos efetuados da direita para a esquerda, que Thompson (1999 apud BROCARDO; SERRAZINA, 2008) denomina de *Standard* formal, prevalecendo de forma explícita a crença em um processo de aprendizagem matemática por associação de modelos, como já mencionado ao longo desta obra.

Nesta visão o trabalho do professor tem por objetivo ensinar à criança modelos prontos, que ela deve aplicar para encontrar a solução do problema, consolidando aplicação de definições matemáticas calcadas em modelos imitativo-repetitivos e em procedimentos algorítmicos (técnicas operatórias), porém há de se considerar que a Matemática até passa por isso, mas são se resume a isso.

A constatação de tal entrave aponta para a necessidade de se indagar nos espaços destinados à formação inicial e continuada de professores, dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, sobre qual lugar

deve ocupar as técnicas de cálculo e sua integração num trabalho, que centra o desenvolvimento de capacidades como as de resolver problemas ou de criticar ideias e argumentar? Qual o valor dos algoritmos e que lugar devem ocupar no currículo de Matemática? Brocardo e Serrazina (2008), por exemplo, nos convidam à reflexão quando fazem tais indagações.

Estes estudos de Brocardo e Serrazina (2008) nos ajudam a entender que pensar matematicamente as ideias que, envolvem o algoritmo exige romper com a maneira tradicional, com que a escola tem ensinado este conteúdo, pois a escola, em geral, ensina ao aluno operar diretamente sobre dígitos, de maneira individual e vertical, considerando a orientação contrária, da direita para esquerda deixando de operar sobre o valor posicional dos números. Entendemos que no ensino do algoritmo é preciso dar um salto em relação a isso: Possibilitar aos alunos que desenvolvam novas formas de calcular, que considerem os mais variados procedimentos de cálculo mental, de modo que, deixem de recorrer imediatamente ao uso de processos mecânicos não pensados e desenvolvam a fluência no cálculo numérico.

Dito de outro modo, é necessário que este ensino possibilite operar sobre a decomposição decimal e o valor posicional, considerando o processo de transição do cálculo em coluna (realizado por decomposição da esquerda para a direita) para o algoritmo, onde o algoritmo é considerado uma modificação do cálculo mental, por decomposição de números inteiros em cálculo posicional sobre dígitos, conforme nos propõe Treffers, Noteboom e Goeij (2001 apud BROCARDO; SERRAZINA, 2008).

O que estes autores propõem é que no ensino do algoritmo a criança conheça o processo que culminou na atuação do cálculo sobre dígitos, pois, como já mencionado neste texto, o algoritmo é o resultado

da transformação do cálculo mental por decomposição com números inteiros (que ocorre primeiro da esquerda para a direita), em cálculo posicional sobre dígitos (BROCARDO; SERRAZINA, 2008) e não um "procedimento mágico" no sentido explicitado por Zunino (1995), em que as contas são vistas pela criança como autônomas, que não representam nada e das quais podem surgir resultados totalmente independentes das ações realizadas pelo sujeito, que toma como procedimento, por exemplo, o "levar-se emprestado".

Na esteira destes estudos, defendemos aqui que o algoritmo quando corretamente pensado e aplicado não se constitui em empecilho, para o desenvolvimento da criatividade na Resolução de Problemas, mas se apresenta, ao lado do cálculo mental e da calculadora, como ferramentas de uso social poderosas que contribuem para a solução de problemas, conforme afirma Cai, Moyer e Laughlin (1998 Apud BRITO, 2006), o que nos remete a Mayer (1992) que aponta a importância do conhecimento de algoritmo na solução de problemas ao lado dos conhecimentos linguístico, factual, de esquema e de estratégias.

Contudo, concordamos com Brocardo e Serrazina (2008) que os algoritmos não devem ser o foco central do currículo, mas devem decorrer de um longo trabalho processual centrado no desenvolvimento do Sentido do Número, na compreensão dos Números e Operações.

Para essas autoras é mais proveitoso que o trabalho escolar com a Matemática considere o desenvolvimento do Sentido do Número, entendido como sendo o *Conhecimento e destreza com números, Conhecimento e destreza com as operações, Aplicação do conhecimento e destreza com os números e as operações em situações de cálculo.* Trata-se de entender que o trabalho com o tema Números e Operações deve possibilitar aos alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental uma boa

intuição sobre números e suas relações, e sobre seus usos e interpretações em diferentes situações, sem necessariamente envolver as regras e o formalismo da Matemática, conforme realça Spinillo (2006). Vale lembrar que o Sentido do Número não é um conceito matemático, mas uma forma de pensar matematicamente que deve ser desenvolvida no ensino de cada tópico do currículo.

A partir do entendimento de que o Sentido do Número está ligado à aquisição de destrezas de cálculo mental, a seguir apresentamos a visão dos professores que colaboraram com este estudo sobre o trabalho pedagógico com esta forma de cálculo. Ressaltamos que a maioria dos professores indagados concebe o cálculo mental como oposto ao cálculo com lápis e papel; além disso, reconhece que não ensina o cálculo mental.

Na visão do Professor UDE, da Professora IRDA, da Professora NER e da Professora TAP, o cálculo mental tem sido negligenciado na escola e eles mesmos admitem que têm dificuldades em realizarem este tipo de cálculo. Podemos perceber essas dificuldades a partir dos depoimentos dos professores: Para a Professora IRDA, do 4.º ano: "*Embora o livro didático adotado contenha algumas atividades que estimulam o trabalho com cálculo mental, eu não estou lembrada se na nossa Proposta Curricular existe algum descritor que toca neste ponto*. A Professora TAP, também afirma que "*No 4.º ano, não há nenhum descritor que pede isso*". Essa pouca importância dada ao cálculo mental é bem explicitada neste depoimento do Prof. UDE:

> *Infelizmente, o cálculo mental está se perdendo, eu sou um exemplo disso porque eu tenho muita dificuldade em fazer cálculo mental. É algo que nós temos que abrir os olhos e retomar, porque nem sempre a gente tem um lápis e um caderno ou uma folha para usar. Se me tirarem o lápis, se me tirarem a caneta, se me tirarem o papel, eu tenho muita dificuldade para fazer conta* (Professor UDE).

Neste depoimento fica evidente que o professor não traz consigo uma experiência escolar em relação a esse tipo de cálculo. Sua referência ao uso do lápis e papel para calcular permite inferir que ele conhece o algoritmo na forma de cálculo escrito, como a principal forma de calcular que a escola ensina. Como já dito neste texto, os professores colaboradores deste estudo, possivelmente trazem em sua formação marcas da Matemática Moderna. Segundo Parra (1996) a reforma trazida pela Matemática Moderna ao tentar trazer para a escola o grande desenvolvimento desta ciência, apresentando a teoria dos conjuntos e relações, provocou o esquecimento e a desconsideração pelo cálculo mental, daí a pertinência do depoimento do Professor UDE quando declara sua dificuldade em relação a este tipo de cálculo. Há de se considerar ainda que Professor UDE, em nível superior cursou Direito, cujo foco não está em preparar um profissional para a docência dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Também para a Professora NER o cálculo escrito está associado à ideia da "conta", isto é, da técnica operatória. Ela acrescenta que o cálculo mental representa uma dificuldade a mais de compreensão para os alunos, pois estes já enfrentam dificuldades com o cálculo escrito, conforme é mencionado no depoimento a seguir:

> *Eu tenho dificuldade e fujo deste tipo de atividade. Eu penso que já é tão difícil para o aluno fazer o cálculo registrando a conta. No cálculo mental o aluno vai ter que pensar muito, fazer uma estimativa, estar pensando na "coisa" sem estar registrando, então como fazer, se é uma fase em que eles estão ainda aprendendo o básico?* (Professora NER).

Em semelhança ao depoimento destes professores, a Professora TAP entende que o "*Cálculo mental é quando o aluno consegue resolver uma*

situação mentalmente, sem a necessidade do registro" (Professora TAP), o que converge com o depoimento da Professora IRDA: *"Eu trabalhei com meus alunos o cálculo mental. A minha ideia é que eles saibam calcular sem utilizar o lápis, o papel e a borracha"*.

Os depoimentos acima demonstram que estes professores têm pouca clareza do que seja o cálculo mental e de como trabalhar este tipo de atividade com seus alunos. Concordamos com Brocardo e Serrazina (2008) que a escola deve dar maior visibilidade ao cálculo mental de modo que o aluno seja capaz de estimar e resolver problemas, por meio das ideias matemáticas; mais que isso, que para ensinar o aluno a calcular mentalmente é preciso que o professor saiba como fazer esse ensino.

Os depoimentos mostrados a seguir mostraram que alguns dos professores que colaboraram com esta pesquisa fazem o cálculo Mental recorrendo à decomposição ou o arredondamento e outros visualizando algoritmo padrão "na cabeça". A Professora NER salienta: "*eu faço cálculo mental de uma operação visualizando a conta na minha cabeça, eu monto a conta*. Este depoimento converge com o da Professora IRDA que afirma: "*eu me habituei tanto a trabalhar a unidade, depois a dezena e depois a centena, que eu visualizo a conta montada em forma de algoritmo e resolvo*". Já a Professora NAV e a Professora TAP recorrem a estratégias de decomposição e de arredondamento e assim afirmam: "*Eu aprendi primeiro a arredondar, por exemplo, para calcular 124 + 62 eu adiciono 120 + 60 e depois eu coloco as unidades* (Professora NAV); *"Normalmente eu faço por decomposição ou agrupamentos, arredondo a casa das dezenas e vou completando as dezenas"* (Professora TAP).

Os depoimentos apresentados até aqui sobre o cálculo mental, apontam para a necessidade de o professor dos Anos Iniciais de refletir sobre este assunto considerando as indagações indicadas no estudo de

Brocardo e Serrazina (2008): O que é cálculo mental? É saber fazer contas de cabeça? Quando se usa um algoritmo "na cabeça" podemos dizer que se trata de cálculo mental? Quando se calcula mentalmente pode se escrever?

As respostas a essas perguntas podem ser encontradas nos estudos de Buys (2001) e Noteboom, Bloklove e Nelissen (2001) ambos citados em Brocardo e Serrazina (2008), já mencionados anteriormente. Buys (2001 apud BROCARDO; SERRAZINA, 2008), aponta as características de cálculo mental, quais sejam: a operação sobre os números e não sobre os dígitos; o uso de relações numéricas e as propriedades das operações; pode ocasionalmente recorrer-se ao registro escrito. Este estudioso chama à atenção para fato de que o cálculo mental não se deve reduzir ao operar "de cabeça", mas que o uso de papel e lápis para cálculos em meio ao processo pode ser benéfico.

A visão de trabalho com cálculo mental da Professora NAV é a que mais se aproxima das teorias acima mencionadas:

> *Eu gosto muito de trabalhar com cálculo mental. Eu insisto com meus alunos que eles precisam sempre buscar uma estratégia primeiro na mente deles. Eu oriento que eles devem num primeiro momento pensar: "O que eu imagino que dá para fazer com isso" e depois para eles confirmarem aquele pensamento com o registro da conta. O cálculo mental colabora muito para a aprendizagem do aluno, porque ele não precisa ficar preso a uma conta. Ele pode encontrar alternativas, pode encontrar meios para resolver o mesmo problema através do cálculo mental. [...] Eu sempre oriento meus alunos a arredondarem sempre para um número terminado por 0 e deixar as unidades de lado, mas, ao mesmo tempo, você não pode esquecer a quantidade unidades, que você está trabalhando* (Professora NAV).

Neste livro, entendemos que o cálculo mental não se limita a cálculos de Números e operações aritméticas efetuados “de cabeça”, mas estende-se ao cálculo escrito, pois nesta forma de calcular também está presente o cálculo mental. A utilização de papel e lápis para cálculos intermediários pode ajudar o aluno a chegar à resposta, entretanto, neste processo não se pode perder de vista que no cálculo mental as estratégias desenvolvidas devem permitir a rapidez, eficiência e fluência no cálculo numérico, por meio da articulação de diferentes formas de cálculo, de estimativas e aproximações, apoiados nas propriedades do Sistema de Numeração Decimal e nas propriedades das operações, Além disso, nesta forma de calcular o aluno pode calcular com liberdade recorrendo a estratégias que já conhece, ao cálculo em linha, à decomposição decimal e ainda a uma variedade de estratégias onde os números podem ser estruturados de diferentes maneiras, conforme pontua Buys (2001 apud BROCARDO; SERRAZINA, 2008).

Posto isto, não é demais reiterar que promover aprendizagem matemática para as crianças e, sobretudo para aquelas com defasagem, implica levar em conta o nível de desenvolvimento psíquico e intelectual do aluno. Para Vigotski (2006), o professor tem importante função no desenvolvimento do aluno, porque ele pode por meio da aprendizagem impulsionar o desenvolvimento do indivíduo atuando na Zona de Desenvolvimento Próximo (ZDP) da criança, o que exige prestar atenção no nível de desenvolvimento, em que se encontra cada aluno, para que possa promover ações que tenham incidência sobre esta zona, ou seja, sobre o que ele, hoje, só é capaz de fazer com a ajuda de alguém mais experiente, mas que futuramente será capaz de realizar sozinho.

Percebemos que ao trabalhar com a metodologia da Resolução de Problemas, a Professora NER, do 5.º ano, não recorre aos princípios

propostos pelos estudiosos deste tema. Em sua prática de ensino, além de centrar-se em uma única estratégia - aplicar a "conta" -, preocupa-se em ensinar o aluno a identificar no enunciado *palavras-chave*, tais como, "gastou", "ganhou", "a menos", "lucro" que, no seu entendimento, o ajudarão a descobrir a qual Operação Aritmética deve recorrer. Para alcançar este objetivo, a professora confeccionou cartazes para apresentar aos alunos as ideias das quatro operações básicas que, posteriormente, foram trabalhadas nas situações-problemas.

Vejamos a seguir a sequência de atividades:

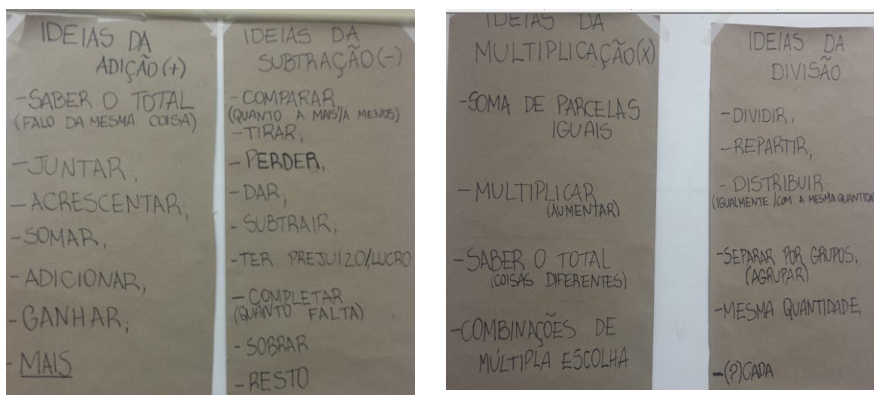
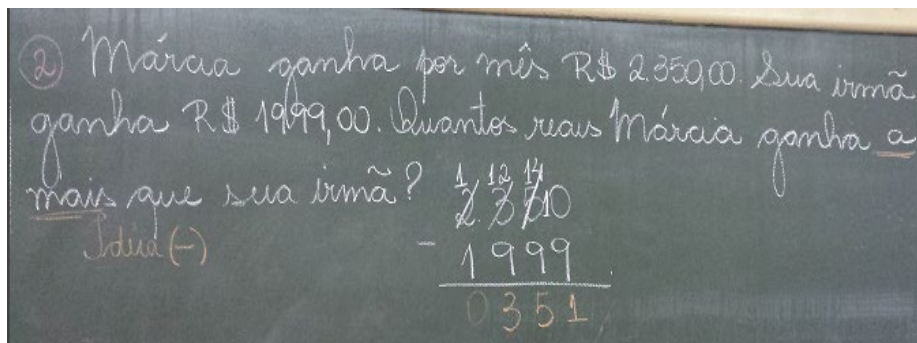
Figura 10 - Cartazes de ideias das quatro operações aritméticas

Fonte: a autora, 19/08/2014

Figura 11 - Destaque dado às palavras-chave na compreensão do problema

Fonte: a autora, 21/08/2014

O que está posto nestas figuras aponta para uma prática de Resolução de Problemas de caráter comportamentalista, o interesse não reside na diversidade de estratégias e no registro da comunicação, mas em ensinar a encontrar uma solução para o problema por meio de uma ou mais operações, focando palavras-chave no enunciado e alguns "macetes", por exemplo, para dividir 1000 por 10, cortam-se os zeros. Tal prática é confirmada no depoimento a seguir: *"Confeccionei cartazes sobre as ideias das operações e as palavras que identificam essas ideias e oriento as crianças a perceberem as palavras-chave nos problemas, por exemplo, "distribuir" indica divisão; "a mais" indica uma subtração"* (Professora ALF).

O ensino assim organizado pode comprometer a compreensão do problema e induzir à ambiguidade linguística. A Tradução do Problema exige um trabalho pedagógico que, ao invés, de ensinar "macetes", se dedique mais às seguintes indagações sobre o problema: Existe alguma palavra, frase ou parte da proposição do problema que não entendo? Qual é a dificuldade do problema? Qual é a meta? Quais são os dados que estou usando como ponto de partida? Conheço algum problema similar? Além

disso, para alcançar a compreensão do problema, é possível: Tornar a propor o problema usando seus próprios termos; Explicar aos colegas em que consiste o problema; Modificar o formato da proposição do problema (usar gráficos, desenhos, etc.); Quando é muito geral, concretizar o problema usando exemplos; Quando é muito específico, tentar generalizar o problema (POZO, 1998).

Durante esta observação também foi possível perceber que, por vezes, a Professora NER busca a compreensão do problema enunciado realizando o desenho na lousa. Esta facilidade com o desenho pode ser decorrente de sua formação em Desenho Industrial, em nível de graduação. Contudo, raras vezes, os alunos são instigados a desenvolverem diferentes estratégias de resolução e quando isso ocorre, as mesmas não são problematizadas pela professora junto a turma. Existe, sim, uma prática de ensino centrada na professora, que entende que a aprendizagem acontece quando a sala está em silêncio, "prestando atenção" na explicação da professora. Isso é confirmado no depoimento da Professor NER "E*u entendo que meu aluno aprende: Prestando atenção; fazendo e tirando as dúvidas. Quando eles trazem as dúvidas eu explico para eles aprenderem* (Professora NER).

Disto é possível depreender que na prática pedagógica desta professora no ensino de Matemática, fica comprometido a diálogo**,** que constitui o ambiente de aprendizagem, que toma como ponto de partida para o ensino e aprendizagem da Matemática a metodologia da Resolução de Problemas.

Outro aspecto importante é que no entendimento da professora "prestar atenção" significa "olhar e escutar em silêncio". O depoimento desta professora revela que, a esse respeito, ela desenvolveu um sentido pessoal de significações que estão, em geral, presentes no ideário

pedagógico dos professores, pois o sentido pessoal é engendrado, produzido na vida do sujeito, em sua atividade.

Leontiev (1978, 2014), assim como a Professora NER, considera a atenção um elemento fundamental no processo de aprendizagem, mas ele compreende a atenção de maneira bem diferente da professora. Seus estudos podem desenvolver um sentido pessoal diferente daquele revelado por esta professora. A esse respeito, Leontiev (1978, 2014, p. 23), esclarece que a criança pode estar na sala de aula sentada, imóvel, com olhar fixo no mestre ou na lousa, e seu pensamento não estar mais ali. Com efeito, "a atenção não consiste em "cravar os olhos" em um objeto, mas em ser ativo em relação a tal objeto".

Para o autor, o problema da instabilidade na aprendizagem dos escolares menores reside no fato de que a atividade de aprendizagem transcorre em grande medida na forma de atividade interior, teórica, na forma de ação de perceber, em que o aluno tem que ler e escutar para inteirar-se de algo, para depois, compreendê-lo. Neste caso, a percepção é a ação que realiza a atividade de aprendizagem da criança e o motivo está no conteúdo que se percebe (LEONTIEV, 1978, 2014).

Disto é possível inferir que nas aulas de Matemática uma criança pode estar escutando a explicação do professor, olhando para lousa, mas estar apenas realizando uma ação interna de perceber, o que não é suficiente para promover aprendizagem. Para que ocorra aprendizagem o aluno precisa estar em atividade, ou seja, deve atuar sobre o conteúdo percebido transformando-o, por meio da atividade, em conteúdo verdadeiramente consciente.

Para provocar no aluno a capacidade de atuar internamente é necessário ao professor educar à atenção do aluno. Neste sentido a

indagação do autor: *Como se pode educar em geral nas outras pessoas as ações internas?* vai ao encontro da pergunta que muitos professores reiteradamente fazem: *como fazer com que os alunos prestem atenção à aula?* Segundo Leontiev (1978, 2014) para educar as ações internas nos alunos, o professor deve colocá-los de maneira ativa diante da ação requerida, deixando bem claro o lugar que a ação ocupa na estrutura da atividade que a moveu. Nisso é imprescindível esclarecer ao aluno o motivo que orienta a realização da atividade.

Não basta explicar o conteúdo oralmente e solicitar ao aluno que passivamente olhe e escute. Segundo Leontiev (1978, 2014), neste processo a ação deve ser realizada em conjunto, ambos, professor e aluno, devem ser ativos. O professor deve propor ações, que ajudem o aluno a visualizar empiricamente o objeto a ser conscientizado, destacando o essencial do objeto daquilo que é fortuito; deve propor ações externas que o aluno, a criança possa realizar; elaborar métodos, planos de ação e aclará-los aos alunos, fazendo o controle da execução destas ações.

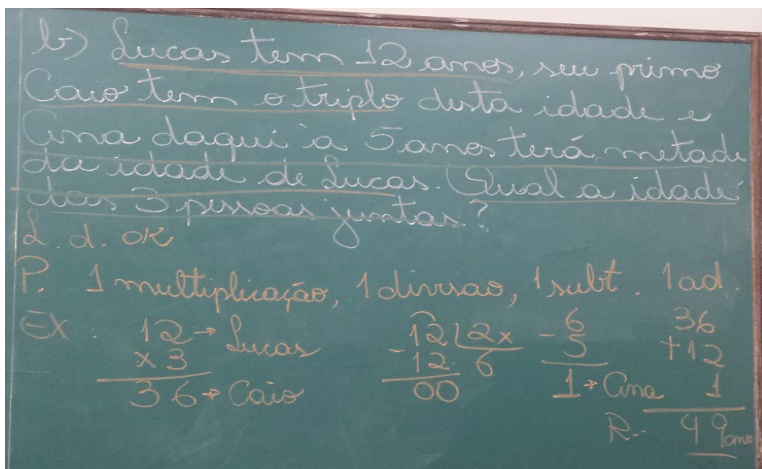
Para este autor, orientar, estruturar e dirigir as ações teóricas que a criança aprende, em especial sua percepção e, por conseguinte, encaminhar sua atenção, tem grande importância pedagógica. Com efeito, no processo de ensino e aprendizagem ambos devem estar em atividade: o professor em atividade de ensino e o aluno em atividade de estudo.

Prosseguindo a análise dos dados, mostraremos que ainda que na prática pedagógica dos professores apresentam-se mais exercícios do que problemas, a Professora ALF e o Professor UDE realizam tentativas de mobilizar alguns princípios, que constituem uma ação pedagógica voltada para a formação de conceitos, que tem a Resolução de Problemas como perspectiva metodológica. Eles recorrem às etapas referidas pelos estudiosos da Resolução de Problemas, ora sim, ora não.

Ainda que se perceba na prática pedagógica destes professores um ensino pautado no uso exacerbado de técnicas operatórias em detrimento de outras heurísticas e o uso intermitente das etapas que constituem o arcabouço teórico da Resolução de Problemas, existem aspectos positivos nos processos de comunicação quando se trata da oralidade na busca de atribuição de significado e sentido, porém falta clareza nos seus próprios registros escritos de resolução no momento da correção coletiva.

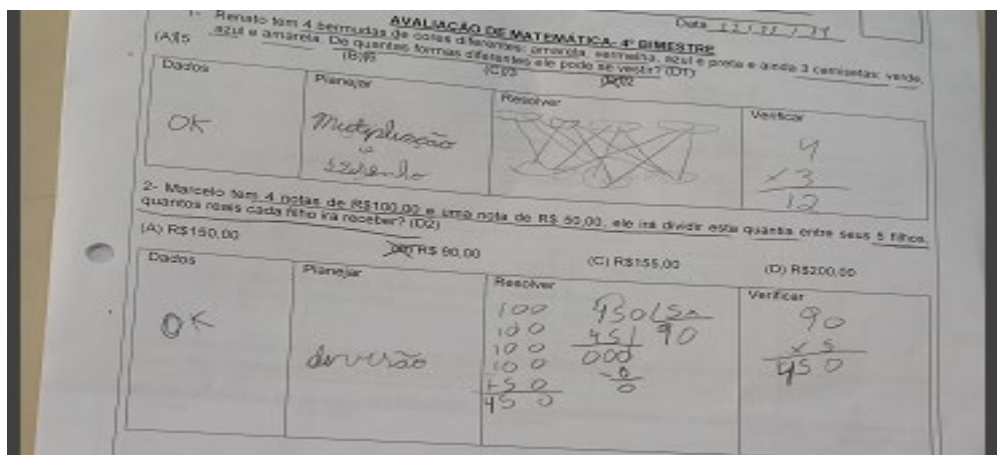
Partindo do entendimento de que na literatura aqui adotada há a concordância de que a solução de problemas exige, entre outras, a tomada de uma sequência de passos/fases/etapas essenciais (BRITO, 2006), é possível tecer algumas considerações sobre este assunto: Na ação pedagógica do Professor UDE, da Professora ALF e do Professor GAW a fase do planejamento da solução do problema caracteriza-se pela eleição de um conhecimento operacional (algorítmico) que, seja capaz de sustentar a execução das estratégias e planos. Assim, na etapa do planejamento (elaboração de um plano) eles apresentam o nome da operação e na etapa da execução ocorre a efetivação do cálculo, o que também se repete na etapa da verificação. Isso fica bem explicitado no registro do Professor UDE realizado na lousa.

Vejamos na figura abaixo que na correção da atividade proposta pelo Professor UDE (Caderno de Campo, 07-10-2104), o levantamento de dados, o planejamento e a execução, são nomeados sucessivamente de (L.D.), (P), (EX). Observa-se que o professor destaca os dados, sublinhando-os, no próprio enunciado e, concluída a leitura dos dados, coloca a palavra *"Ok";* que na etapa do planejamento consta o(s) nome(s) da(s) Operação(ões) Aritmética(s) e na execução, a efetivação destes procedimentos algorítmicos.

Figura 12 - Tratamento dado ao registro das etapas da Resolução de Problemas

Fonte: a autora, 07/10/2014

A constatação de que estes professores concebem a fase do planejamento como sendo a fase em que, estritamente se define qual "conta" será utilizada para encontrar a solução do problema, como está exposto nas imagens acima, se constitui em uma dificuldade para o ensino da Matemática, pois leva o aluno a pensar que a aplicação rígida de algoritmos é a maneira de se resolver problemas e assim, quando o aluno lê o problema, ele já busca vincular os números dados no enunciado a um Operação Matemática, porém a fase do planejamento exige mais do que isso. Para Mayer (1983 apud ECHEVERRÍA, 1989, p. 60), conceber um plano de resolução do problema exige dois tipos de conhecimento: "um conhecimento heurístico ou estratégico - que nos ajude a estabelecer as metas e os meios úteis para alcançá-las, e um conhecimento operacional ou algorítmico - que nos permita levar a cabo nossas estratégias e planos".

O resultado do ensino praticado pelo Professor UDE fica evidente na avaliação aplicada à sua turma, ao final do 4.º bimestre. Nesta avaliação em algumas questões é sugerido a organização das etapas - dados, planejar, resolver, verificar - solicitando ao aluno que as cumpram. Isso fica demonstrado na figura 13 abaixo.

Figura 13 - Implicações da prática de ensino na Avaliação realizada por um aluno

Fonte: a autora, 11/11/2014

Se por um lado, o Professor UDE ensina a Matemática geralmente a partir de uma situação problema convencional, e sua prática de ensino é caracterizada por um uso exagerado de técnicas operatórias, conforme pode ser visto no registro realizado por seu aluno, por outro lado, ao propor estas atividades este professor têm preocupação significativa com a **Tradução do Problema**. Neste processo, seu foco principal é estabelecer relação entre o que é estudado na sala e as situações sociais, sempre mostrando a utilidade social do conhecimento matemático abordado.

Para facilitar a compreensão do problema este professor escolhe atividades que expressam situações cotidianas; nos enunciados dos problemas, os personagens geralmente são os próprios alunos da sala e professores da escola; algumas explicações são dadas a partir de encenações entre as crianças. Quase não utiliza o desenho e o material manipulativo para ensinar, mas busca ajudar a criança a atribuir sentido ao enunciado e a apropriar-se do conceito matemático utilizando a oralidade - sua maior força (Caderno de Campo, 18-11-2014).

Para favorecer os processos de comunicação e a interação nas aulas, o professor utiliza a "Caixa da Curiosidade". Os alunos colocam nesta caixa perguntas, notícias, informações, curiosidades, e leituras que consideram interessantes e o professor conduz a exploração dos temas. Trata-se de uma ferramenta didático-pedagógica, que encoraja os alunos ao diálogo com o professor e com a turma. Embora os assuntos nela abordados sejam os mais variados e o foco do trabalho não seja especificamente os conteúdos matemáticos, a prática pedagógica deste professor mostra que este recurso pode ajudar o aluno a romper com o "silêncio", nas aulas de Matemática, promovendo ambientes mais dialogais.

Os Processos de Comunicação incidem diretamente na tradução de um problema. Para ajudar o aluno a compreender o problema, o professor precisa lançar mão dos conhecimentos linguísticos, semânticos e esquemáticos, conforme Mayer (1983 apud ECHEVERRÍA, 1998) e isso nem sempre se constitui tarefa fácil. Vejamos o que ocorreu na resolução da atividade proposta pela Professora ALF, em 05 de agosto de 2014:

Uma escola recebeu do Governo Federal livros para o acervo da biblioteca contendo: 15 caixas de 550 livros cada e 12 pacotes com 65 livros cada.

Quantos livros a escola recebeu ao todo?

Para resolver o problema proposto, a professora comunicou aos alunos que realizassem o seguinte planejamento: 1.º Descobrir a quantidade de livros das caixas (Multiplicação 550x15); 2.º Descobrir a quantidade de livros dos pacotes (Multiplicação 65x12); 3.º Descobrir o total (adição), e realizassem as etapas da execução e da verificação do problema,

A professora deu certo tempo para os alunos encontrarem a solução do problema; observou a resolução de cada criança, mas não compartilhou com a turma se houve ou não outras heurísticas pessoais, nem tampouco as problematizou. A correção da atividade resumiu-se ao cálculo operacional algorítmico.

Ao buscar a compreensão do problema, a Professora ALF não explicou termos como “Governo Federal” e “acervo”, e não deixou clara a relação do Governo Federal com a realidade dos alunos e da escola. Neste caso, faltou a esta professora a clareza de que o aluno só conceberá a tarefa como um problema se souber atribuir sentido aos dados propostos pelo problema. Ora, “A palavra desprovida de significado não é palavra, é um som vazio” (VIGOTSKY, 2000, p. 398). Além disso, o contexto enriquece o sentido da palavra e, dependendo do contexto uma palavra pode significar mais ou menos, do que significaria se fosse tomada isoladamente.

Concordamos com Moysés (2001) que a falta de entendimento ocorrida por questões ligadas ao conhecimento dos significados e dos

sentidos das palavras é mais frequente na escola do que se pensa e constitui dificuldade significativa no trabalho de Resolução de Problemas matemáticos, pois se o significado que um aluno atribui a uma palavra é muito mais estreito e superficial do que lhe atribui seu interlocutor (professor ou autor do texto), a comunicação será prejudicada. Estes termos estão claros para a Professora ALF, mas não estão para a maioria dos alunos.

Para Vigotsky (2000), o significado de uma palavra não é algo paralisado e evolui no processo histórico e cultural dentro de um sistema de relações. Assim, a relação do pensamento de um adulto com determinada palavra pode ser diferente do pensamento da criança, em relação à mesma palavra.

Ao não atribuir importância ao contexto específico e à sua significação, a Professora ALF não somente compromete todo processo de comunicação, mas também incorre no risco de ensinar uma Matemática atípica, a-histórica e atemporal que conduz à ideia de que a Matemática Escolar nada tem a ver com o mundo em que o aluno vive - a realidade.

Essa atitude ligada à apresentação prévia do planejamento do trabalho de resolução impediu que os alunos desenvolvessem a criatividade e a imaginação para elaborarem metas próprias para alcançarem a solução do problema. Nisso, a premissa básica de que a **ação precede a operação** foi desprezada; a possibilidade da descoberta e de fazer Matemática foi impedida, pois a atividade foi pensada apenas por um sujeito ativo - a professora -, que ainda escolheu uma só estratégia de resolução. Na prática pedagógica no ensino da Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o professor não pode desprezar a premissa supracitada, pois trata-se de compreender o processo de interiorização dos conceitos. A esse respeito Leontiev apud Davidov, 1988 escreve:

> O domínio das ações mentais que estão na base da apropriação, da "herança" pelo indivíduo dos conhecimentos e conceitos que elaborados pela humanidade, requer necessariamente a passagem do sujeito das ações desenvolvidas externamente para as ações no plano verbal e, finalmente, a progressiva interiorização destas últimas, como resultado do qual adquirem o caráter de operações mentais, de atos mentais (LEONTIEV APUD DAVIDOV, 1988, p. 176)[2] (TRADUZIDO POR LIBANEO, p. 168).

Com efeito, a ação se dá no plano dos conceitos espontâneos que os alunos adquirem no entorno e compreende a tradução do problema, enquanto que as operações constituem a etapa de execução do problema.

Portanto, é possível inferir que na situação didática acima, realizada pela Professora ALF, as possíveis heurísticas dos alunos não foram nem geradas, nem tampouco conhecidas, comunicadas e problematizadas, como propõe a perspectiva metodológica da Resolução de Problemas. Há de se considerar que no processo da busca da tradução e da solução do problema, o aluno deve ser concebido como sujeito ativo e autônomo, autor de descobertas, pois a descoberta é a mola propulsora do conhecimento científico. Na relação professor-aluno cada um tem seu papel específico.

É certo que a solução propriamente dita deste problema demanda um cálculo operacional algorítmico, mas não se pode desconsiderar que a tradução de um problema começa pela **Compreensão do Problema**, o que reporta à necessidade de atribuir sentido e significado ao enunciado; além disso, tal solução requer também um conhecimento heurístico.

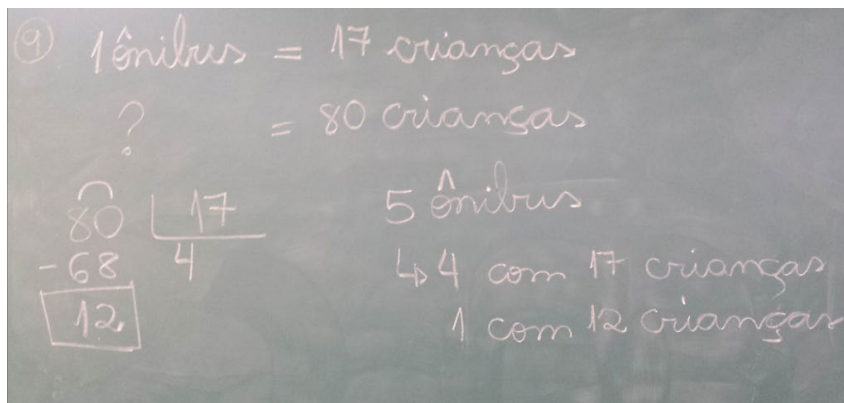
---

[2] Traduzido por José Carlos Libâneo e Raquel A. M. da Madeira Freitas, do espanhol do livro: DAVÍDOV, V. V. *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico*. Moscou: Editorial Progreso, 1988.

A compreensão do problema é, de fato, um momento importante no trabalho com situações problemas. A incompreensão do enunciado pode resultar em uma solução equivocada do problema. Isso foi possível perceber em uma das aulas da Professora NAV, no dia 28 de agosto de 2014 na seguinte atividade:

> *As crianças de uma escola vão ao jardim zoológico. Para levá-las temos um micro-ônibus que só transporta 17 crianças em cada viagem. Hoje queremos levar 80 crianças.* ***Quantas viagens precisamos fazer?*** *(Grifo nosso)*
>
> *(A) 4 viagens*
> *(B) 5 viagens*
> *(C) 6 viagens*
> *(D) 3 viagens*

Vejamos na figura 14, que o ponto de interrogação indica o que se quer saber: **quantos ônibus** (grifo nosso), seriam necessários para levar 80 crianças. Contudo, o enunciado já havia informado a quantidade de ônibus, um micro-ônibus, e pede que encontre a quantidade de viagens necessárias para levar essas 80 crianças, não a quantidade de ônibus.

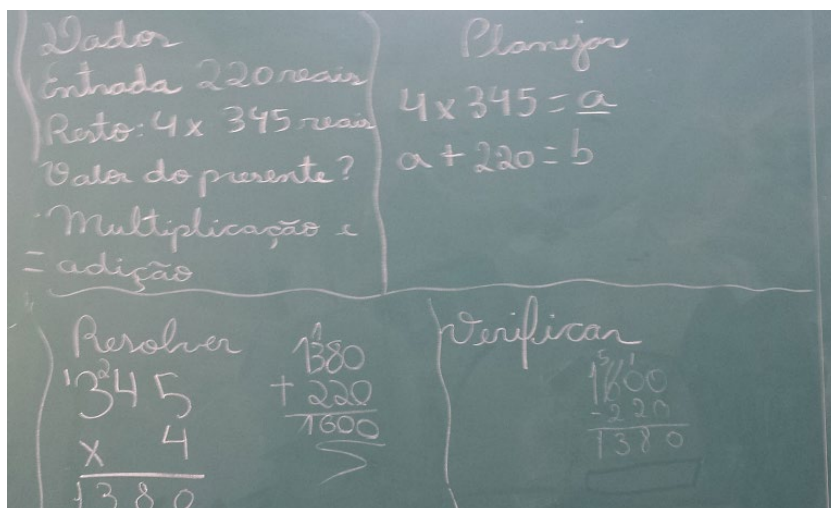
Figura 14 - Equívoco na compreensão do problema

Fonte: a autora, 21/08/2014

Percebe-se que o cálculo feito pela divisão está correto e, coincidentemente, permitiu assinalar opção certa (a letra B), mas a interpretação do problema não condiz com a proposta, o que passou despercebido pela professora e alunos. Esta incoerência poderia ser evitada com perguntas tais como: O que é solicitado? Quais são os dados? Quais são as condições? É possível satisfazer as condições? Elas são suficientes ou não para determinar a solução? Faltam dados? Além disso, este engano seria percebido, se a Professora NAV realizasse a revisão da solução obtida considerando a etapa nomeada por **Visão Retrospectiva** onde é verificado o resultado alcançado e o raciocínio desenvolvido ao longo do processo (POLYA, 1995; ECHEVERRÍA; POZO, 1998). Disto é possível inferir que a Professora NAV apresenta certa fragilidade teórica no que diz respeito às etapas a serem consideradas, na Resolução de Problemas.

Ainda sobre as etapas que devem constituir a solução do problema, o Professor GAW nos dias que se seguiram à Avaliação Externa denominada SARESP realizou tentativas de adotá-las no trabalho com a

Resolução de Problemas, porém, sem êxito. Vejamos a resolução da seguinte atividade, realizada por este professor na lousa:

> *Ana comprou para seu pai um presente. Ela deu de entrada 220 reais e o restante pagou em 4 parcelas de 345 reais. Com esses dados, quanto ela pagou pelo produto?*

Figura 15 - Tentativas de usar as etapas da Resolução de Problemas e o uso de incógnitas

Fonte: a autora, 19/11/2014

Neste dia o Professor GAW leu o enunciado de cada situação problema proposta, buscando muito mais destacar os dados do problema e o planejamento das ações em detrimento do sentido. Não houve a preocupação com a tradução do problema, com a contextualização, com a investigação e comunicação das possíveis heurísticas e com seus registros;

prevaleceu o cuidado com a “conta”. Podemos perceber na imagem acima, a presença de incógnitas porque, segundo o Professor GAW, nas próximas aulas seriam introduzidas as expressões algébricas, entretanto, tratava-se de uma abordagem precoce pois não é conteúdo para ser trabalhado no 5.º ano.

Vale dizer que, para realizar a correção das atividades, em geral, o Professor GAW selecionou alguns alunos para registrarem suas estratégias de resolução na lousa. Quando indagado sobre qual era o critério para a escolha destes alunos, o Professor GAW respondeu: *“são aqueles que geralmente fazem a tarefa corretamente. Prefiro não chamar o aluno que não atende a esse critério para não expô-lo, para que não seja ridicularizado pelos colegas”* (Caderno de Campo, 24-11-2014).

Essa maneira de trabalhar o ensino da Matemática revela o sentido pessoal que o Professor GAW atribui ao erro. Contudo, dificuldades, insucesso e erro não podem ser tratados como fontes de culpa e castigo, ao contrário, o erro deve ser visto como indicador das dificuldades do aluno. A partir do erro, o professor pode realizar uma intervenção pedagógica no ensino da Matemática que promova uma visão construtiva do erro, de modo, que o erro não seja considerado motivo de vergonha ou constrangimento para o aluno, mas seja visto como um elemento inerente ao processo de aprendizagem.

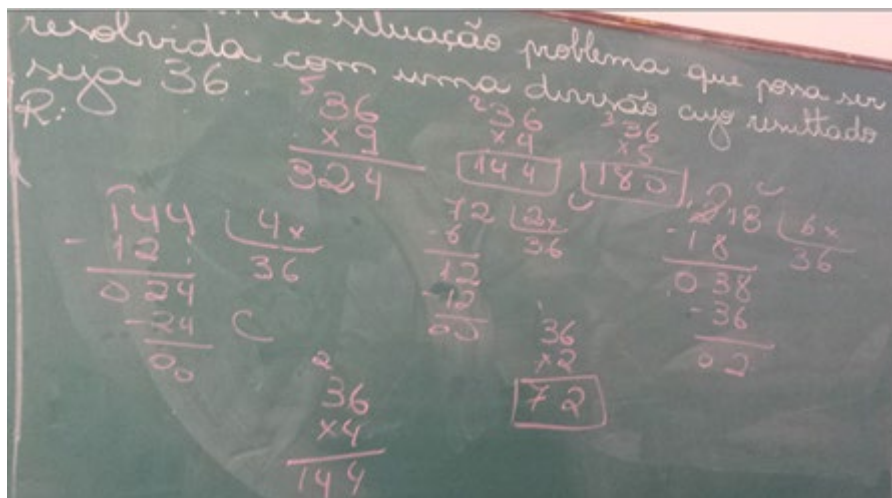
Nas aulas observadas, o Professor GAW pouco problematizou e pouco dialogou sobre as atividades, e não buscou a dificuldade de aprendizagem matemática daqueles alunos que a seu ver seriam “ridicularizados” por não saber resolver corretamente. Assim o trabalho de correção das atividades ficou reduzido a uma só estratégia de resolução (Caderno de Campo, 24-11-2014).

É certo que na prática pedagógica dos professores, colaboradores desta pesquisa, predomina os procedimentos básicos, em que o professor propõe o problema e o aluno resolve o problema proposto. No entanto, em suas aulas o Professor UDE realizou algumas tentativas de romper com as amarras do habitual, encorajando os alunos a formularem problemas.

As propostas foram as seguintes:

> *1- "Crie uma situação problema, que possa ser resolvida com uma divisão cujo resultado seja 36."*
>
> *2- "Crie uma situação problema que, para ser resolvida é necessário fazer duas operações, uma de subtração e outra de divisão onde o resultado da última seja 17"* (Caderno de Campo, 16-10-2014).

A correção destas atividades consistiu em compartilhar verbalmente o que alguns alunos criaram (a estratégia utilizada por alguns alunos foi utilizar a operação inversa) e registrar na lousa as "contas", conforme pode ser visto na figura 16.

Figura 16 - Correção da atividade de formulação de problemas

Fonte: a autora, 16/10/2014

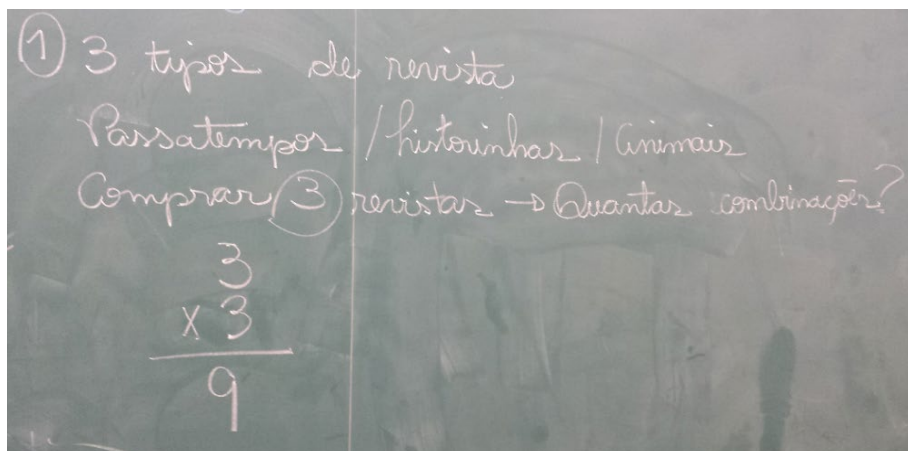
Alguns alunos não conseguiram avançar na criação de um problema, conseguindo apenas registrar “contas”. Outros alunos conseguiram propor problemas convencionais, modelos de problemas que são trabalhados cotidianamente na escola e, por fim, no registro do professor é reforçada a ideia de que todo problema tem solução e exige um procedimento algorítmico para alcançá-la, conforme pode ser visto na figura 16 acima. Disto é possível inferir que ainda há um caminho longo a ser trilhado no sentido de garantir a criatividade, a iniciativa e a aventura como metas fundamentais da Educação Matemática, como propõe Dante (1998).

Outro aspecto importante evidenciado na prática pedagógica, no ensino da Matemática dos professores, que colaboraram com esta pesquisa diz respeito ao conhecimento em relação ao conteúdo específico da Matemática. Isso é melhor percebido nas próximas apresentações das

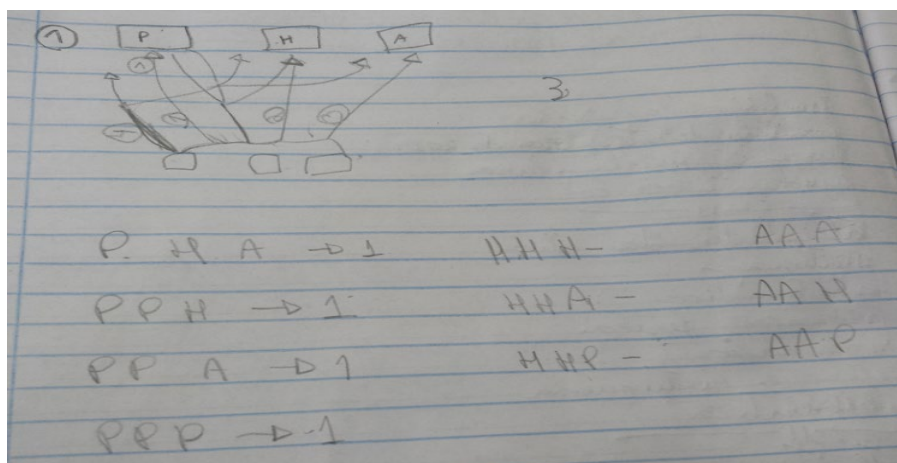
situações didáticas voltadas para o ensino dos conteúdos de Análise Combinatória, Fração e Porcentagem realizadas pela Professora ALF, pela Professora NAV e pelo Professor GAW.

Para ensinar o conteúdo de Análise Combinatória a Professora ALF propôs o seguinte problema:

> *Numa banca há 3 tipos de revistas: passatempo, de historinhas e de animais. Você vai comprar 3 revistas, que podem ou não ser do mesmo tipo. Quantas combinações você poderá fazer?*
>
> *Num primeiro momento a professora explicou a atividade na lousa aplicando a fórmula (3 x 3 = 9) e chegou à solução do problema dizendo que eram 9 combinações.*

Figura 17 - Equívoco no ensino de Análise Combinatória

Fonte: a autora, 10/09/2014

Num segundo momento, para ensinar uma aluna com dificuldade, a Professora ALF recorreu a outras duas estratégias registrando-as no caderno da aluna. Ao tentar resolver por meio de um esquema, como pode ser visto na imagem abaixo, a professora se atrapalhou e prosseguiu para a outra estratégia e, para sua surpresa, surgiu uma resposta diferente para o problema, o que a deixou confusa.

Figura 18 - Equívoco na Resolução de Problemas de Análise Combinatória

Fonte: a autora, 10/09/2014

Vejamos na imagem que ao tentar diversificar a estratégia, primeiro a Professora ALF usou um esquema, mas ao perceber a impossibilidade de se obter o mesmo resultado encontrado na aplicação da fórmula (3 x 3), ficou na dúvida. Assim pela segunda vez ela tentou organizar o seu pensamento e recorreu a outra estratégia: Nomeou de (P) a revista passatempo, de (H) a revista de historinhas e de (A) a revista de animais e chegando a solução do problema exclamou: "São 10 combinações e não 9

combinações como resultou da aplicação da fórmula!” (Caderno de Campo, 10-09-2014). Diante da dificuldade encontrada, a professora preferiu deixar na lousa como correta a estratégia, em que usou a fórmula e decidiu levar este problema para ser discutido com os seus pares. Isso mostrou que amparar-se em regras ou fórmulas para ensinar a Matemática, sem buscar a compreensão do problema, pode surpreender o mestre, o que nos remete a Polya (1995) para quem a compreensão do problema é o primeiro passo para sua resolução.

A Professora ALF não percebe que o princípio geral da contagem tal como aplicado, só funciona quando os elementos são distintos, isto é, quando não há repetição. No caso, trata-se de um processo de combinação com elementos repetidos. Nesta situação é possível começar a resolução pelo procedimento denominado “árvore de possibilidades”, depois resolver pelo diagrama e, por fim, demonstrar a regra, por exemplo, (3 x 3), percorrendo, portanto, o caminho inverso tomado pela professora.

Também a Professora NAV apresentou dificuldade no ensino das frações tanto em relação ao conteúdo quanto à metodologia, apresentando fragilidade quanto aos princípios que, orientam o trabalho com a Resolução de Problemas. Em semelhança aos sentidos pessoais de outros professores já evidenciadas neste capítulo de análise, também esta professora entende que se ensina o conteúdo para resolver problemas, isto é, primeiro formaliza-se o conteúdo, para que depois o aluno possa recorrer a ele para resolver problemas. Trata-se de significações apropriadas nas práticas pedagógicas desenvolvidas em Matemática na Educação Básica e nos livros didáticos desta disciplina.

Em geral os livros didáticos ao introduzir um conteúdo apresentam alguns exemplos ilustrativos, repetem procedimentos análogos e por fim colocam supostas situações-problema para os alunos resolverem. Freitas

(2016) em seus estudos sobre o ensino de frações conforme as proposições davydovianas, destaca que no livro didático brasileiro, a fração é, na maioria das vezes, trabalhada a partir de bases empíricas as quais não são suficientes para formar o Pensamento Teórico do estudante, pois se limita a formação de conceitos espontâneos. A perspectiva Davydoviana, propõe que a atividade de ensino deve ser organizada tendo em vista a formação do Pensamento Teórico, o que implica a superação de uma visão empírica do ensino de Matemática.

Por vezes, a professora demonstrou preocupação com o ensino de frações, porque, segundo ela, seus alunos apresentaram dificuldades em se apropriar destes conceitos e obtiveram um baixo rendimento na avaliação (Caderno de Campo, 08-09-2014). Assim, recorrentemente, a professora retomou o conteúdo de frações (definição de fração; redução e ampliação de frações; adição e subtração de frações), sempre partindo do mesmo ponto utilizando a mesma metodologia de ensino: 1) explicou oralmente que fração era a parte de um todo; 2) recorreu a Representação Geométrica (na maioria figura planas) dividindo-as em partes iguais e destacando n partes, isolado de uma situação problema, na maioria das vezes, seguindo o exemplo do livro didático; 3) focalizou a relação parte-todo realizando a dupla contagem para representar uma fração (conta o total das partes que a figura foi dividida, para ocupar o lugar do denominador, em seguida conta o total de partes pintadas para ocupar o lugar de denominador).

As situações didáticas abaixo apresentadas nas figuras 19, 20, 21 e 22 mostram que a Professora NAV primeiro se preocupou em ensinar o conteúdo isolado, para depois aplicá-lo a uma situação problema proposta no livro didático.

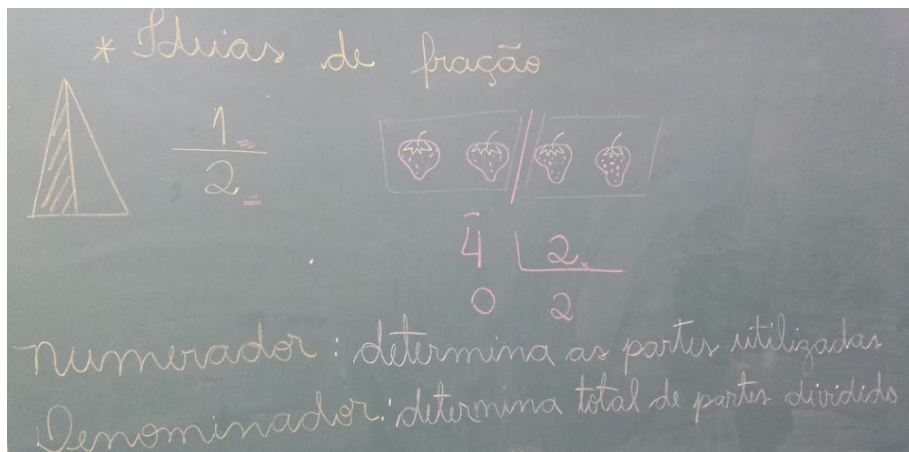
Figura 19 - Sequência de atividades no ensino de fração: o caminho percorrido

Fonte: a autora, 26/08/2014

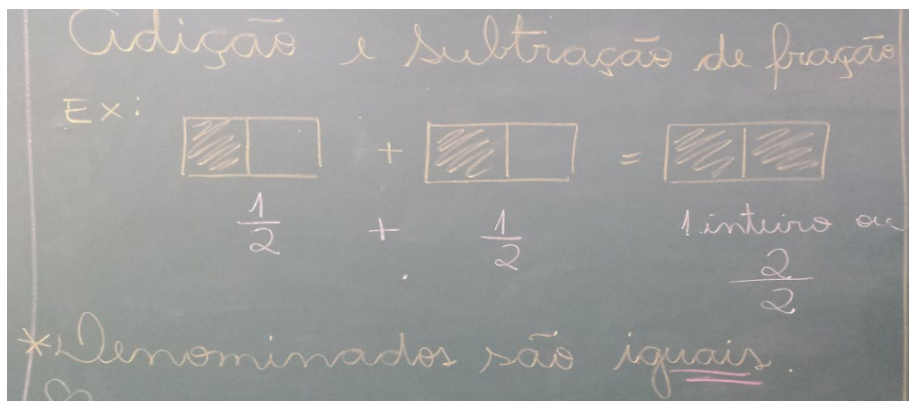
Figura 20 - Sequência de atividades no ensino de fração: o caminho percorrido

Fonte: a autora, 26/08/2014

Figura 21 - Sequência de atividades no ensino de fração: o caminho percorrido

Adição e subtração de frações

Frações com denominadores iguais

1 Ângela fez uma torta e dividiu-a em 8 fatias iguais.
No almoço, sua família comeu 5 fatias.
No jantar, mais 2 fatias.

- Responda com frações:
  - a) Que parte da torta foi comida no almoço?
  - b) Que parte da torta foi comida no jantar?
  - c) Que parte da torta foi comida no total, considerando o almoço e o jantar?
  - d) Que parte da torta sobrou após o almoço e o jantar?
- Indique as operações correspondentes aos itens **c** e **d**.

SHUTTERSTOCK/GLOW IMAGES

Fonte: DANTE, Luiz Roberto**. Matemática 5.º ano**. Coleção Aprendendo Sempre. Editora Ática, 2011.

Vejamos como se procedeu a correção desta atividade na lousa:

Figura 22 - Sequência de atividades no ensino de fração: A correção da atividade

Fonte: a autora, 26/08/2014

A perspectiva de ensino da Matemática adotada nesta obra entende que a iniciação do conteúdo de frações deve ocorrer por meio da proposição de uma situação problema que, despertando a curiosidade do aluno para este novo tema, encaminhe com significado a formação dos conceitos matemáticos desejados. Entretanto, a Professora NAV, por vezes, tomou o caminho inverso, como se pode perceber acima e também na atividade proposta sobre o conteúdo "Equivalência de Frações", conforme a figura 23 a seguir:

Figura 23 - Atividade de Equivalência de fração isolada de uma situação-problema

1 - Pinte a porção que corresponde à **fração indicada** e marque um X nas **frações equivalentes**, ou seja, que representa a mesma porção:

$\frac{1}{3}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{3}{9}$

$\frac{4}{16}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{1}{4}$

$\frac{2}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$

$\frac{4}{8}$ $\frac{6}{18}$ $\frac{3}{6}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{4}{8}$

$\frac{6}{9}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{12}{18}$

$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{6}$

2 - Descubra 2 frações equivalentes para cada fração abaixo:

a) $\frac{2}{4}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{1}{6}$

Fonte: Semanário da Professora NAV, 19/08/2014

No planejamento desta aula, a professora indicou que a atividade 2 seria desenvolvida utilizando como recurso pedagógico a folha de papel sulfite: “*Para resolver esta atividade, utilizaremos folha de sulfite. Pedirei aos alunos que representem as frações abaixo e a partir de dobras no sulfite, encontrem as frações equivalentes*” (Semanário Professora NAV, 19-08-2014). Ainda que houvesse tal intencionalidade, isto não se concretizou. O procedimento pautou-se no ensino de regras tais como: “*na adição ou subtração de frações, mantemos o denominador e então subtraímos ou adicionamos os numeradores*”; “*Tudo o que faço em cima, tenho que fazer em baixo*”; “*Para reduzir uma fração uso a divisão e para ampliar uma fração uso a multiplicação*”; “*quando a redução for por 10, corta-se os zeros do numerador e do denominador*” (Caderno de Campo, Professora NAV, 19-08-2014).

Vejamos o registro na lousa da explicação realizada pela professora:

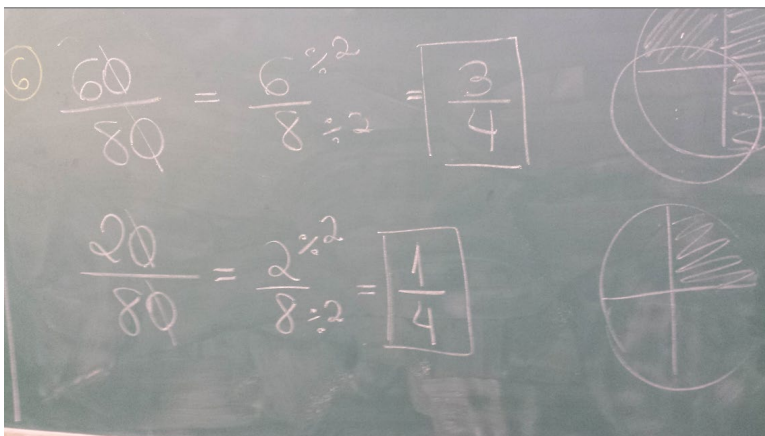
Figura 24 - Sequência de atividades no ensino de fração equivalente

Fonte: a autora, 21/08/2014

Figura 25 - Sequência de atividades no ensino de fração equivalente

Fonte: a autora, 26/08/2014

Esta maneira de introduzir o conteúdo ensina o aluno a tomar alguns passos que o capacita a chegar à resposta correta, mas não possibilita a sua inserção num processo de descoberta de fatos matemáticos e de formulação de significados, o que possibilitaria a generalização dos conceitos para outras situações. Apenas desenvolve uma habilidade de aplicar regras aprendidas pela repetição e memorização, porém em atividades descontextualizadas e destituídas de sentido, que tem pouco efeito quando se deseja transferir para outras situações problemas. Isso não põe o aluno em atividade matemática.

Para Leontiev (1978; 2006) o aluno aprende e se desenvolve quando é posto em *atividade*, mas esta *atividade* deve sempre estar relacionada com um motivo, um objetivo). O motivo que impulsiona a atividade relaciona-se com a necessidade do sujeito. O ensino centrado na

Resolução de Problemas põe o aluno em *atividade,* porque o problema contém elementos motivadores para a aprendizagem e coloca diante do aluno a necessidade do conceito. Para Davidov (1988), uma atitude consciente das crianças em relação ao estudo se apoia em sua necessidade, desejo e capacidade de estudar, os quais surgem no processo de realização real da atividade de estudo.

O problema, portanto, cria condições para que o aluno entre em *atividade*, pois ao desenvolver cada uma das etapas para a Resolução de Problemas, ele é envolvido em um conjunto de operações, que o direciona e o ajuda a tomar decisões que o levam à solução do problema, neste caso a solução do problema é a sua motivação. O problema deve elaborar situações desencadeadoras de aprendizagem que aproxime o aluno do conceito. A situação desencadeadora de aprendizagem se forma por meio da objetivação da atividade de ensino, a qual contempla a elaboração da solução coletiva e a gênese do conceito. Pressupõe-se que o professor crie a necessidade, no estudante, de se apropriar dos conhecimentos teóricos.

O ensino de frações organizado pela Professora NAV evidenciou fragilidade na sua formação no que se refere a este conteúdo. Em uma de suas aulas, esta demonstrou cansaço e, em tom de desabafo disse: "*É muito difícil conseguir que as crianças prestem atenção; eles conversam muito, o tempo todo e não se interessam em aprender*" (Caderno de Campo, 05-09-2014). Deste depoimento é possível deduzir que a professora entende que o sucesso nas aprendizagens depende da atenção e do interesse do aluno.

Para Leontiev (1978, 2014, p. 66) tanto o problema do interesse como o da atenção, estão entre os condicionantes mais importantes para a prática pedagógica. Neste sentido, o autor indaga: "se o êxito depende do interesse, o que determina neste caso o próprio interesse?". Para o autor, o interesse tem a ver com a estrutura da atividade e seu motivo. Cria-se o

interesse modificando a estrutura da atividade, em particular modificando o seu motivo.

A tarefa como estimuladora da atividade, isto é, como motivo, deve levar implícita a necessidade de se propor fins, que objetivamente sejam teóricos. Assim o estudante terá vontade de envolver-se na atividade se o que lhe for sugerido como forma de aprendizagem se constituir em uma necessidade e lhe provocar interesse.

Para despertar o interesse, segundo Leontiev (1978, 2014), é preciso criar o motivo, e logo a possibilidade de encontrar o fim (geralmente, todo um sistema de fins intermediários e "indiretos") em um ou outro conteúdo objetivo. A nosso ver, a escola faz o caminho contrário, primeiro apresenta-se ao aluno o objetivo para depois buscar a motivação. Isso ocorre porque não se percebe o aluno como participante ativo do processo de ensino e de aprendizagem, ou seja, não há um processo efetivo de constituição de sujeitos de aprendizagem.

O interesse não é inato ao sujeito, mas é criado e desenvolvido nas relações sociais, isto é, na interação do sujeito com o meio social, por meio da mediação do outro e dos conteúdos da cultura. Assim entende-se que na educação escolar o interesse pode ser provocado pelo professor. Ele é o principal organizador no processo de aprendizagem escolar, o parceiro mais experiente e que tem conhecimento da importância do conteúdo matemático para o desenvolvimento pleno do estudante. A ele cabe fazer com que um motivo dado seja atuante e se isso não ocorrer, o que não é raro na escola, deve-se criar novamente outro motivo.

O desabafo da Professora NAV mostra que ensinar um conteúdo que não se tem domínio pode contribuir para que as aulas se tornem mais exaustivas. O fato é que esta professora tem pela frente o desafio de dar

conta do conteúdo proposto para o bimestre. Para ela fica difícil trabalhar detalhadamente o conteúdo; "*é muito conteúdo para ser trabalhado e vencido em meio a muita conversa dos alunos e falta de interesse*" (Caderno de Campo, 05-09-2014).

Por trás destes argumentos, esconde-se a problemática do mal-estar docente, visto que hoje os professores se sentem um tanto descontentes, em termos profissionais, devido à desvalorização, pela qual passa o Magistério. Eles vivem a realidade concreta desse desprestígio social e econômico da profissão, que se evidencia, entre outros fatores, em salários defasados e extensa jornada de trabalho. Estas condições associadas à insuficiente formação teórica e acadêmica do professor refletem na consciência docente traduzindo-se em desânimo e frustração em relação à carreira docente. Este mal-estar ocasiona certa dificuldade para o professor se apropriar de elementos que podem melhorar a qualidade da docência, como, por exemplo, estudar, pesquisar, fazer cursos, e isso os leva a fazer incidir muitos dos problemas que enfrentam para ensinar Matemática nos alunos.

Nas aulas seguintes, o trabalho com o ensino de frações prosseguiu e assim foi possível ratificar que, na maioria das vezes, a professora ensinava primeiro os conceitos para depois aplicá-los em situações problemas. Vejamos o que escreveu a Professora NAV no planejamento de uma das aulas: "**antes** das atividades, retomarei com os alunos os conceitos de fração como Representação da parte do todo, assim como o que são frações equivalentes. **Após** sanarmos as dúvidas, resolveremos as atividades abaixo" (grifos nossos) (Semanário Professora NAV, 08-09-2014).

Figura 26 - Atividade de fração equivalente

1. Assinale as alternativas que apresentam frações equivalentes.

a) $\frac{3}{6}$ $\frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{6}$

c) $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$

d) $\frac{3}{3}$ $\frac{6}{6}$

e) $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{6}$

f) $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$

2. Gastei cinco oitavos do meu salário que corresponde a R$ 420,00. Qual o valor total do meu salário? Quanto ainda tenho para gastar este mês?

3. Numa feira de ciências, três quintos dos alunos, ou seja, 24 alunos, gostaram da experiência do "Disco de Newton", calcule o total de alunos que visitaram a feira.

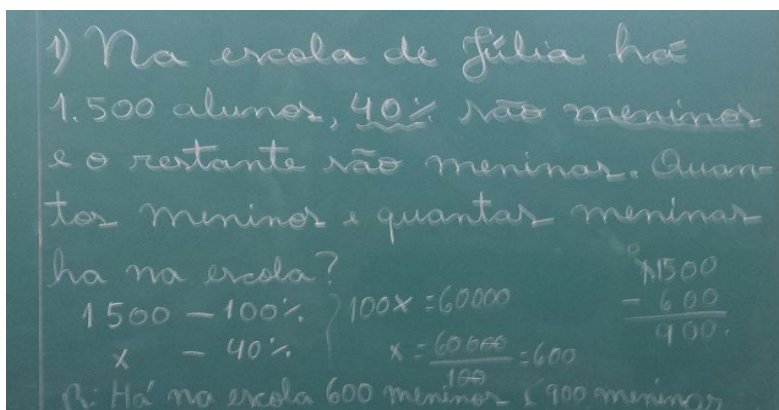
Fonte: Semanário da Professora NAV, de 08/09/2014

Todavia, é possível inferir que na prática pedagógica da Professora NAV existe uma alternância na maneira como apresenta as atividades, ora começa por conceitos isolados para posteriormente, então, trabalhar as situações problemas, ora faz o caminho inverso, como pode ser comprovado durante a observação das aulas.

É interessante ainda pontuar que esta professora, utilizou como recurso didático para sensibilização, vídeo aulas sobre o ensino de frações, do Novo Telecurso - Ensino Fundamental - Matemática - Aulas 23 e 24. Neste vídeo os recursos utilizados para o ensino de frações não se restringem ao giz e à lousa, mas é proposto por meio de diversos materiais e situações concretas.

A professora usou este recurso como auxílio para a aprendizagem dos alunos, mas não o percebeu como uma ferramenta formativa para ela mesma, capaz de ajudá-la a refletir sobre sua ação, visto que, nas aulas posteriores, a Professora NAV continuou a ensinar este conteúdo usando tão somente o giz, a lousa, o livro didático e algumas atividades impressas em folha sulfite.

A fragilidade em relação ao ensino do conteúdo e à metodologia da Resolução de Problemas também é percebida na prática pedagógica do Professor GAW. Em uma de suas aulas ele propôs algumas situações problemas com a finalidade de possibilitar a aplicação dos conhecimentos dos termos das operações aritméticas e da Porcentagem. Nesta intervenção as premissas defendidas pelos estudiosos da Resolução de Problemas foram desconsideradas e o processo ficou reduzido a etapas denominadas “Resolver” e “Verificação”. Além disso, chamou-nos à atenção o fato do Professor GAW abordar a Porcentagem pelo ensino mecânico da regra de três, conforme a figura 27 abaixo.

Figura 27 - Ensino de Porcentagem pela Regra de Três

Fonte: a autora, 24/11/2014

O uso da regra de três não é conteúdo previsto nas Propostas Curriculares para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Vale dizer que, o ensino de Porcentagem nesta fase da escolaridade pode seguir a orientação Spinillo (2006), quando evidencia o uso de âncoras ou pontos de referência para o desenvolvimento de Sentido de Número. No caso de cálculos que envolvem a Porcentagem, os 10% podem servir como ponto de referência para realizar uma estimativa. A autora afirma que essas âncoras auxiliam a criança a realizar com sucesso tarefas matemáticas envolvendo conceitos complexos como a proporção, a probabilidade, e a adição de fração (SPINILLO, 2006). Em geral, "o uso de âncoras aparece associado ao uso de estimativas em que a criança não precisa realizar cálculos numéricos precisos nem tampouco empregar regras (SPINILLO, 2006, p. 95).

O registro do professor no trabalho com a Resolução de Problemas

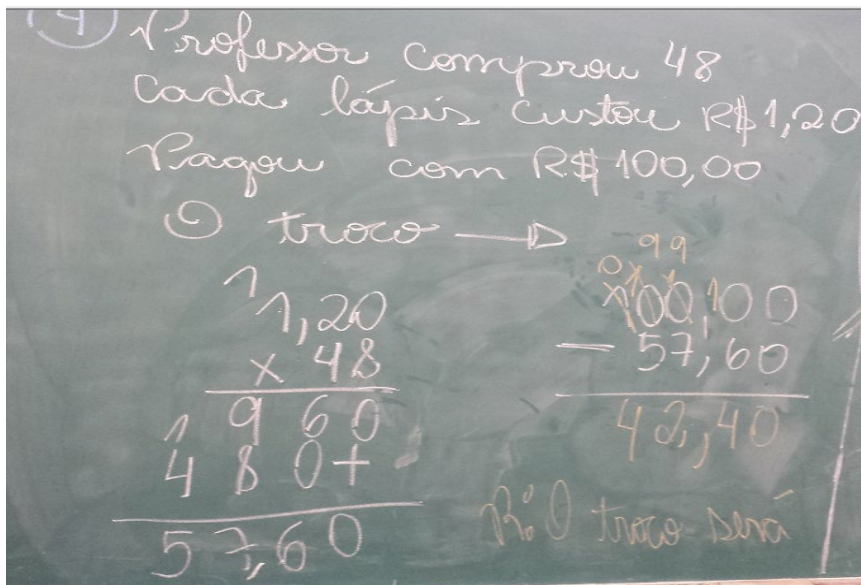
A proposta de Echeverria (1998) é que o professor seja um *modelo de comportamento,* que se deve adotar na solução de problemas, que **fala** detalhadamente sobre cada um dos passos dados. A observação das aulas dos professores, sujeitos desta pesquisa, revelou que a maioria deles "fala bastante", expressa-se oralmente intensamente para ensinar o aluno a solucionar problemas, tanto nos atendimentos individuais como nos coletivos, mas **registra parcamente** as ações tomadas. Ainda impera uma visão de aprendizagem por associação de modelos que precisam ser enfatizados: o professor fala, os alunos escutam e aprendem.

A forte ênfase na explicação oral das ideias matemáticas e a pouca preocupação com registro escrito destas ideias ficaram evidenciadas nesta atividade proposta pela Professora ALF: *"Um professor comprou 48 lápis e*

pagou R$1,20 em cada um. Deu R$100,00 para o pagamento. Quanto recebeu de troco?" (Caderno de Campo, 10-09-2014).

A professora perguntou aos alunos: *Como vou descobrir quanto ele gastou?* Um aluno respondeu*: "a conta é de mais, 48 + 1,20".* A Professora ALF continuou a indagar e para ajudá-los a compreenderem o problema apresentou uma situação de compra em supermercado. Mostrou um lápis e disse: *vou comprar 3 lapiseiras de R$10,00, cada lápis é um item. Se você passar no caixa vários itens, vai aumentar ou diminuir o valor da compra?* Na sequência trabalhou verbalmente a subtração: *"Se pago, eu perdi, por isso é subtraído e retirado da quantia.*

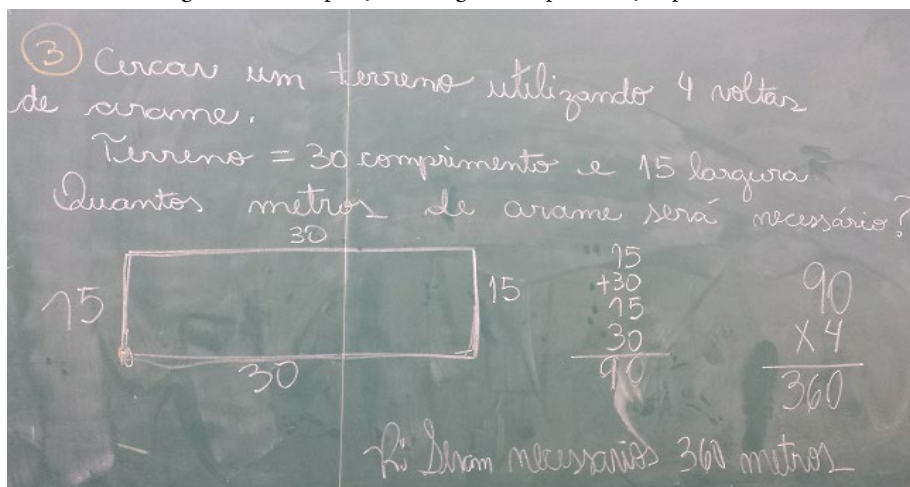
Para concluir a intervenção registrou a solução do problema inicialmente proposto, contudo, reduziu o registro simplesmente aos procedimentos algorítmicos da multiplicação e da subtração. Observamos então que a professora não poupou esforços em explicar, por meio da oralidade, uma situação problema que envolvia o Sistema Monetário e Números Decimais, mas todo este empenho não foi percebido no registro escrito, que reforçava a ideia de que para resolver problemas é preciso fazer contas, como pode ser visto na figura a seguir.

Figura 28 - O registro da solução do problema reduzido aos procedimentos algorítmicos

Fonte: a autora, 10/09/2014

Esse problema envolve o Sistema Monetário e exige conhecimento de cédulas e moedas. Ainda que tenha muito argumentado, a professora se deteve em somente uma estratégia de resolução, não oferecendo, por exemplo, o dinheiro simbólico para o manuseio, e a representação pelo desenho.

Na resolução do problema: *"Jorge quer cercar um terreno com quatro voltas de arame. Quantos metros serão necessários, se o terreno mede 15m de largura por 30m de comprimento?"* (Caderno de Campo, 10-09-2014), por meio da oralidade a Professora ALF organizou os dados, indagou às crianças, mostrou verbalmente as diversas possibilidades de resolução (estratégias de cálculo de adição e multiplicação), e utilizou o desenho como um tipo de representação que pode ajudar na compreensão do

problema. Porém ainda que tenha comunicado oralmente as variadas possibilidades de solução do problema, registrou na lousa apenas uma maneira de solucionar o problema. Vejamos na imagem abaixo o registro da professora.

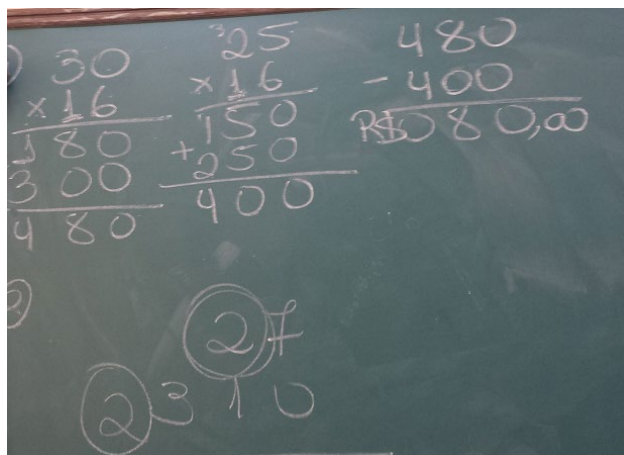
Figura 29 – Ampliação do registro: representação pictórica

Fonte: a autora, 10/09/2014

Para Nacarato et al. (2009), o registro da estratégia na Resolução de um Problema é importante porque possibilita a tomada de consciência dos raciocínios, das estratégias e das ideias matemáticas. A proposta é que o professor crie um ambiente de aprendizagem que encoraje o aluno a comunicar suas ideias matemáticas, por meio de seus próprios registros escritos, da oralidade e da argumentação.

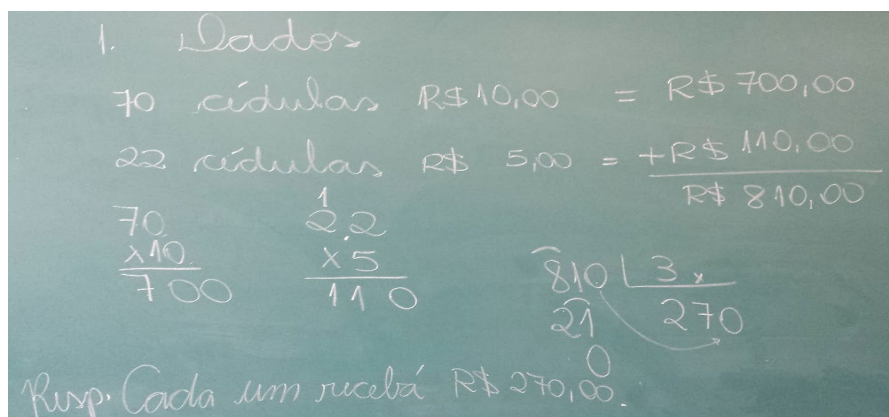
Isso não se constitui meta fácil de alcançar visto que, por vezes, também o professor não considera importante registrar por escrito, com clareza, os seus próprios processos de resolução, como é possível ver na aula

do Professor UDE. Ele propôs a seguinte atividade: *"Minha turma vai ao teatro, somos 16 pessoas. Um ingresso custa R$25,00. Se cada um der R$30,00, quanto vai sobrar para tomarmos um lanche?"* (Caderno de Campo, 17-10-2014).

Num primeiro momento o professor orientou que os alunos encontrassem a solução do problema e atendeu muitos dos alunos individualmente, ensinando-os a fazerem o levantamento dos dados (sublinhando esses dados), o planejamento e a execução do mesmo, porém, usando a mesma estratégia algorítmica. Na correção coletiva, o registro escrito que detalhasse o processo de resolução não foi socializado e compartilhado com a turma e o registro na lousa restringiu-se a algumas "contas soltas", conforme figura 30. Este procedimento se repetiu nas oito situações problemas, propostas nesta aula (Caderno de Campo, 17-10-2014).

Figura 30 - Registro escrito: um amontoado de 'contas'

Fonte: a autora, 17/10/2104

Semelhantemente, na prática pedagógica da Professora NAV algumas destas etapas estiveram presentes na explicação oral, contudo, também, não houve uma preocupação com o registro escrito, como pode ser constatado na figura 31 abaixo que apresenta a correção da atividade: *"três garçons juntaram as gorjetas da semana: 70 cédulas de 10 reais e 22 cédulas de 5 reais. Dividindo igualmente esse total quanto receberá cada um?"* (Caderno de Campo, 01-09-2014).

Figura 31 - Registro escrito

Fonte: a autora, 01/09/2014

Além desta questão, esta imagem revela que no registro escrito dos algoritmos da multiplicação, as unidades não estão embaixo de unidades e as dezenas não estão embaixo de dezenas. Quanto à Linguagem Matemática, a professora usou termos como "sobe", "desce", "abaixa" (Caderno de Campo, 01-09-2014).

Essa conduta didática traz consequências negativas para a aprendizagem dos alunos. Como já dito, Echeverría (1998) realça que o

professor deve não somente falar detalhadamente sobre o conteúdo, mas também deve mostrar detalhadamente o pensamento que envolve a Resolução do Problema. Nesta pesquisa percebemos que os professores concebem o registro como sendo importante apenas para mostrar uma ou mais técnicas operatórias que possibilitam encontrar o resultado, contudo os estudos desenvolvidos por Nacarato et al. (2009) provocam um pensamento diferente a esse respeito.

As autoras entendem que no ambiente de Aprendizagem da Matemática, o registro se constitui num recurso importante para comunicar todo o processo de resolução do problema, possibilitando a comunicação e a negociação de significados das heurísticas desenvolvidas (NACARATO et al., 2009). Na Resolução de Problemas, o registro escrito ajuda aclarar para o aluno como se deu o levantamento dos dados, o planejamento das ações, a execução do plano e a verificação. Isso é importante porque a aprendizagem está ligada aos processos de tomada de consciência dos conceitos trabalhados em cada atividade proposta (LEONTIEV, 1978, 2014).

Para Nacarato et al. (2009), o registro se transforma em uma ferramenta poderosa quando socializado e compartilhado, pois a escrita possibilita outras formas de raciocínio e relações. A partir deste entendimento, essas pesquisadoras propõem que os alunos sejam motivados a escreverem o que pensam matematicamente e que seus registros sejam valorizados. Concordamos com as autoras, mas acrescentamos que não é possível desenvolver estas habilidades no aluno sem que antes o professor as tenha desenvolvido.

Os registros supracitados realizados pelos professores, sujeitos da pesquisa, não revelaram com clareza nem as estratégias tomadas pelos docentes nem o processo de metacognição, que envolve a ação de contar

com detalhes como o caminho foi percorrido; além disso, as heurísticas dos alunos foram raramente compartilhadas; as questões que precisariam ser retomadas e trabalhadas não foram evidenciadas e, ainda, reforçou-se a crença dos alunos destes docentes de que existe um único caminho para se resolver os problemas matemáticos - o caminho do professor (NACARATO et al., 2009). Em síntese, a prática pedagógica dos professores, colaboradores deste estudo, resultam em aulas de Matemática marcadas por registros na lousa caracterizados pelo uso exacerbado dos procedimentos algorítmicos. Um olhar mais detalhado nas proposições teóricas adotadas nesta obra permite inferir que se tais propostas fossem atendidas na prática escolar resultaria, entre outros, em registros de professores na lousa diferenciados. Concomitantemente a tais procedimentos, por exemplo, teríamos registros das resoluções bem mais detalhados, produção de textos que evidenciassem o caminho percorrido, para encontrar a solução e a ampliação do vocabulário matemático, e propostas de elaboração de situações problemas a serem criadas pelos próprios alunos.

Assim sendo, esta pesquisa aponta para a necessidade de uma mudança substancial na prática pedagógica do professor que ensina a Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, no que diz respeito ao registro escrito, de modo que, não sejam desperdiçadas as oportunidades de realizar o trabalho interdisciplinar da Matemática com a Língua Portuguesa, pois a escrita e reescrita dos registros das ações tomadas permitem, além do exercício de metacognição já referido, que se trabalhe a Matemática ligada aos processos de alfabetização. No processo de Alfabetização Matemática a escrita faz com que a compreensão e a interpretação dos signos e das relações implícitas naquilo que é dito de

Matemática sejam fixadas e comunicadas pelo registro efetuado (DANYLUK, 2015).

A prática pedagógica na Resolução de Problemas de Geometria

A Proposta Curricular da Rede Pública de Ensino do Município de Marília prescreve que no 4.º e 5.º ano sejam trabalhados os seguintes conteúdos deste tema:

Tabela 9 - Conteúdos de Geometria para o 4.º e 5.º ano do Ensino Fundamental

Espaço e Forma	**4.º**	**5.º**
Localização e movimentação de objetivos em mapas, croquis e representações gráficas	X	X
Propriedades comuns e diferenças em poliedros e corpos redondos	X	X
Planificação de figuras tridimensionais	X	X
Classificação de polígonos segundo critérios variados	X	X
Construção de painéis, mosaicos e faixas decorativas, utilizando figuras geométricas – simetria	X	X
Identificação de quadriláteros observando as relações entre seus lados	-	X
Propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais	-	X
Compreensão do metro quadrado, através de placas quadriculadas	-	X
Conceito de superfície utilizando figuras variadas	-	X
Ampliação e redução de figuras poligonais	-	X

Fonte: Proposta Curricular da Rede Pública Municipal de Ensino de Marília, 2012, p. 21

A despeito desta proposta, como já dito neste texto, durante a observação das aulas dos professores colaboradores deste estudo, foi possível perceber que as atividades de Geometria foram escassas, o que nos reporta aos estudos de Perez (1991), Pavanello (1993) e Lorenzato (1995), que já falavam do abandono da Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. O trabalho referente à Geometria ficou restrito a algumas situações didáticas, que envolveram a identificação de figuras poligonais e circulares nas superfícies planas e a Representação de Figuras Geométricas Bidimensionais e Tridimensionais.

Nestas intervenções a Geometria foi apresentada de maneira rígida, desarticulada dos outros eixos da Matemática, com ênfase principalmente na classificação e na nomeação. Assim sendo, tal ensino não atendeu às orientações da Proposta Curricular Municipal no sentido de que os temas da Matemática devem ser trabalhados de forma integrada em todos os bimestres, nem tampouco ocorreu em consonância com os princípios teóricos do ensino da Geometria da Metodologia da Resolução de Problemas, adotados neste livro.

Por exemplo, a Professora ALF em uma das aulas trabalhou a ideia de Polígonos explicando o conteúdo por meio da oralidade utilizando o giz e a lousa e um resumo da teoria impresso em folha sulfite. Nesta proposta da Professora ALF há marcas da Geometria Euclidiana que possibilita aos alunos a impressão de que os conceitos científicos, aparecem nas atividades escolares, de forma linear, prontos e acabados, imutáveis. Aqui o conhecimento científico não tem história. É algo sem história, a-histórico. O contexto em que a Matemática se desenvolve é o da própria Matemática (IMENES, 1989).

O objetivo do ensino foi somente que o aluno fosse capaz de reconhecer um Polígono e distingui-lo de outras figuras geométricas

bidimensionais, conforme as atividades expostas na tabela abaixo (Caderno de Campo, 07-08-2014). É importante considerar que a evolução histórica da Geometria se deu do que é geral e amplo para o que é específico e particular. Assim, o seu ensino deveria se dar das formas espaciais para as formas planas. Ao invés de proceder da maneira indicada, outro percurso metodológico seria, por exemplo, desmontar caixas e outros objetos para a partir deles pensar ponto, reta e plano.

Tabela 10 - Atividade de Polígonos

Matemática
▸ Polígonos

✦ Você está vendo várias **linhas fechadas**.
✦ Elas formam **figuras** chamadas **polígonos**.
✦ Os **polígonos** são denominados de acordo com o **número de lados**.

✦ Cada polígono tem pelo menos 3 segmentos de reta.
✦ Cada segmento de reta é um lado do polígono.
✦ Os polígonos têm nomes. Observe:

✦ O **triângulo** é um polígono com 3 lados.	✦ O **quadrilátero** é um polígono com 4 lados.	✦ O **pentágono** é um polígono com 5 lados.

✦ Os **quadriláteros recebem** nomes diferentes.
✦ Veja alguns exemplos:

quadrado	retângulo	trapézio	losango

Poli = muitos
gonos = ângulos

	Sim	Não
• As figuras ao lado são denominadas polígonos.		
• Nenhuma figura ao lado é um polígono.		
• Todas as figuras ao lado têm mais de quatro ângulos.		
• Nem todas as figuras ao lado são polígonos		
• Há somente um polígonos com cinco lados		
• Há dois polígonos ao lado		
• A maioria dos polígonos ao lado contém 4 lados		

Fonte: Semanário da Professora ALF, 07/08/2014

Esta maneira de abordar o ensino da Geometria considera que o desenho, por si mesmo, tem o poder de caracterizar as noções geométricas, mas, sendo o desenho uma Representação de natureza concreta e particular ele é oposto às características gerais e abstratas do conceito. O desafio

didático da Professora ALF mediante atividades desta natureza reside, segundo Pais (1996), em levar o aluno a transpor o próprio desenho.

Esta intervenção pedagógica revela a frágil formação desta professora para lidar com este conteúdo, visto que ela apresenta um único registro de Representação do objeto matemático, neste caso, a figura. Isso nos remete a Duval (2012) que chama à atenção a respeito da importância das Representações para a compreensão Matemática. Segundo este estudioso, o aluno chega mais facilmente a uma visualização dos objetos matemáticos quando recorre ao uso de uma variedade de registros de Representação sobre o mesmo objeto.

O problema da formação da Professora ALF nos remete aos estudos de Gatti e Nunes (2008), Curi (2004), Lima (2011), que ao analisarem como tem se dado a formação do professor polivalente em diferentes regiões brasileiras, constataram que nos cursos de Pedagogia pouca atenção é dada aos conteúdos da Geometria. Nacarato (2000) e Passos (2000) concordam que o problema maior do abandono da Geometria reside na formação do professor.

Ademais, a partir do entendimento de que a formação do professor não se resume àquela vivenciada na graduação, mas estende-se aos seus percursos, processos, trajetórias de vida pessoal e profissional, que ocorrem em outros tempos e espaços, o que inclui as experiências do professor vivenciadas quando foi aluno da Educação Básica, é possível inferir que o fenômeno da omissão geométrica ocorrido no Brasil ainda se reflete na prática pedagógica da Professora ALF no ensino da Geometria, remetendo-nos àquilo que Lorenzato (1995) denominou de "círculo vicioso": a geração que não estudou Geometria não sabe como ensiná-la.

O Professor UDE e o Professor GAW, trabalharam o conteúdo de retas e ângulos. O Professor UDE num primeiro momento contextualizou o conteúdo mostrando quando são usados esses conceitos no dia a dia. Ainda usou régua e transferidor para mostrar retas e ângulos, mas os alunos não tiveram a oportunidade de manusearem estes instrumentos. Durante a explicação oral usou o desenho do trapézio retângulo e indagou: *"quais são as retas concorrentes? Quais são as retas paralelas? Quais são as retas perpendiculares? Quantos ângulos de 90 graus esta figura possui? Quantos ângulos são maiores que 90 graus? Quantos ângulos são menores que 90 graus?"* (Professor UDE). O professor explicou para os alunos que o segredo é conseguir enxergar o desenho e imaginar seus prolongamentos e demonstrou esse prolongamento desenhando pontilhados na figura do trapézio na lousa.

Já o Professor GAW optou por um resumo sobre os ângulos (reto, obtuso, agudo, raso), que foi distribuído aos alunos em folha sulfite. Este professor não recorreu apenas ao desenho, isto é, às figuras como registro de Representação, mas utilizou a lousa como objeto geométrico (PAIS, 1996) a fim de trabalhar os conceitos de reta, semirreta e ângulos. Ainda que tenha indicado o transferidor como um instrumento que pode ser utilizado para medir ângulos, nesta aula não deu a oportunidade aos alunos de manusearem esta ferramenta, embora os alunos a tivesse à mão. Essa atividade de ensino de Matemática revela o aspecto formal do ensino da Matemática. A formalização, entendida no sentido Euclidiano, esconde o processo de construção da Matemática, ocultando a gênese e evolução das ideias matemáticas (IMENES, 1989).

Figura 32 - Atividade de Ângulos

Matemática

Objetivo específico: Levar os alunos a conhecerem as medidas de ângulos.

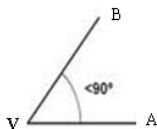
Atividades: Situações – problema

Conteúdos: medidas de ângulos.

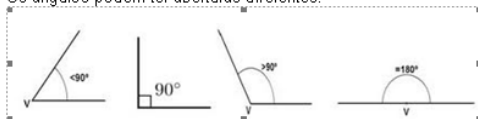
Desenvolvimento: Nessa atividade, revisaremos o trabalho com ângulos realizado no começo do ano para prepará-los para o Saresp e para a avaliação bimestral.

Ângulos

Observe a figura limitada pelas semi-retas VA e VB que tem origem **V**
Essa figura é chamada ângulo e é indicada por AVB, que se lê: ângulo AVB.
Ângulo é a figura formada por duas semirretas que têm a mesma origem, o ponto **V**

B
<90°
V A

Classificação dos ângulos

Os ângulos podem ter aberturas diferentes:

V <90° 90° >90° V =180° V

O ângulo menor de 90° é chamado de **ângulo agudo.** Os ângulos agudos medem entre **0° e 90°**

V <90°

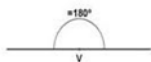
Os ângulos que tem medida de 90° é chamado de **ângulo reto**

90°

O ângulo maior de 90° e menor que 180° é chamado de **ângulo obtuso**

>90° V

O ângulo formado por duas semirretas opostas de mesma origem é chamado de **ângulo raso (180°)**

=180° V

Fonte: Semanário do Professor GAW, 30/10/2014

A respeito da proposição desta atividade, o Professor GAW disse: "*esta intervenção foi realizada de maneira rápida devido à pressa em revisar este conteúdo para o SARESP. Essa urgência torna inviável o uso do livro didático, pois a maneira como nele é abordado esse conteúdo pode confundir os alunos*" (Caderno de Campo, 30-10-2014)

Vale dizer que o livro didático adotado para esta turma, orienta que a intervenção pedagógica sobre esta temática deve ocorrer a partir da observação das coisas, da natureza, das partes do corpo, canudos, dobraduras, mostrando o ângulo no relógio de ponteiro, escadas para depois, por fim, chegar ao uso do transferidor.

Esta orientação apresentada no livro didático, considera que há um uso social intrínseco ao conhecimento matemático e que alguns desses conhecimentos são apropriados pelas crianças a partir de sua experiência social. Tal orientação vai ao encontro do que propõe Smole et al (2014): a construção do pensamento geométrico envolve as dimensões do espaço **vivido**, do espaço **percebido** e do espaço **concebido,** que incidem diretamente sobre o desenvolvimento cognitivo do aluno.

A partir deste entendimento, é possível dizer que nas situações didáticas supra apresentadas, tanto o Professor GAW quanto a Professora ALF, no ensino, descuidam dos aspectos do espaço vivido e do espaço percebido e, orientam suas ações pedagógicas na dimensão do concebido, partindo primeiro das representações conceituais deste espaço, por exemplo, a reta, o ponto, as figuras planas, ângulos, tomando um caminho inverso. Fazendo assim, partem do "específico para o geral", de modo que a criança não consegue estabelecer relações entre o conteúdo escolar e as suas experiências cotidianas.

Vale dizer, embasados nos estudos de Duval (2012), que estas fases antecedem a interiorização das Representações Semióticas; além disso, que não há apreensão conceitual de um objeto sem a produção de Representação Semiótica do objeto. Como já dito neste texto, de acordo com a perspectiva vigotskiana, o aluno só pode compreender, por exemplo, uma figura geométrica, quando internalizar os conceitos a ela inerentes (faces, arestas, vértices, ângulos, eixos de simetria) e atribuir sentido a este objeto matemático.

Assim sendo, a prática pedagógica do professor no ensino da Geometria nos Anos Iniciais não pode partir de uma apresentação imediata da teoria, visto que, segundo Pais (1996), a construção do Pensamento Teórico Geométrico é um processo lento, gradual e complexo que, no nível da escolaridade fundamental, deve considerar os três aspectos epistemológicos do pensamento geométrico: *o intuitivo, o experimental e o teórico,* que não ocorrem de maneira estanque, mas estão fortemente atrelados entre si e a quatro elementos que se inter-relacionam - *objeto, desenho, imagem mental e conceito.* Estes aspectos epistemológicos e estes quatro elementos, permeados pelo significado da Linguagem Geométrica, interferem fortemente no processo de Representação plana do espaço tridimensional.

As outras professoras detiveram-se em raras atividades sobre Representação de figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais, sempre usando folhas de sulfite impressas. Não presenciamos em nenhum momento a montagem e desmontagem de objetos que representassem as figuras tridimensionais. No ensino deste conteúdo é importante que este trabalho não fique restrito somente à leitura de desenhos prontos entregues à criança, como ocorre na perspectiva tradicional, mas que sejam criadas oportunidades para que a criança faça seus próprios desenhos estabele-

cendo relação com os conceitos, por meio da montagem e desmontagem de objetos geométricos.

No ensino da Geometria bi e tridimensional nos Anos Iniciais é possível elaborar atividades que ajude os alunos a descrever, desenhar e classificar figuras, mas o ensino não pode ficar restrito a isso, deve ampliar-se no sentido de propor atividades em que os alunos possam investigar e predizer o resultado de combinar, subdividir e transformar figuras; de desenvolver a percepção espacial; de relacionar ideias geométricas com ideias numéricas e de medição; de reconhecer e ampliar a Geometria dentro de seu mundo, conforme orienta o Documento decorrente da Conferência intitulada: "*Perspectivas para o ensino da Geometria no século XXI*".

O Tangram é um recurso didático que pode contribuir para desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno. O Professor GAW, a Professora IRDA, e a Professora MAK utilizaram o Tangram como possibilidade para o ensino interdisciplinar de Arte e Matemática, porém, como será a seguir detalhado, o ensino dos conceitos geométricos foi frágil e insuficiente.

A esse respeito a Professora IRDA afirma: "*Eu trabalhei o Tangram, porém o foco esteve em Artes, montando alguns bichinhos*". Isto converge com o depoimento da Professora MAK, pois durante o trabalho com o Tangram proposto, uma de suas alunas lhe perguntou: *"Por que estamos fazendo isso?"* A Professora MAK assim respondeu: *"Estamos apenas construindo o Tangram para articular com Artes, pois vocês podem formar qualquer figura e colar no caderno de Artes"* (Caderno de Campo, 07-08-2014).

A intervenção pedagógica feita por esta professora consistiu em orientar o recorte de folha sulfite em figuras geométricas até chegar as 7 peças do Tangram e a comunicar o nome de tais figuras. Em semelhança ao trabalho realizado pelo Professor GAW, a seguir analisado, outros conceitos geométricos deixaram de ser abordados na situação didática proposta pela Professora MAK, pois segundo ela: *"não é este o bimestre de trabalhar conceitos geométricos"* (Caderno de Campo, 07-08-2014).

Lembramos que a Conferência intitulada "*Perspectivas para o ensino da Geometria no século XXI*", recomendou aos professores e aos órgãos institucionais relacionados ao ensino da Geometria que os alunos devem ter contato com atividades geométricas durante todo o ano letivo e não somente em um determinado período de tempo no ano, podendo o professor programar atividades que façam conexões com áreas afins como Artes, Geografia e Física.

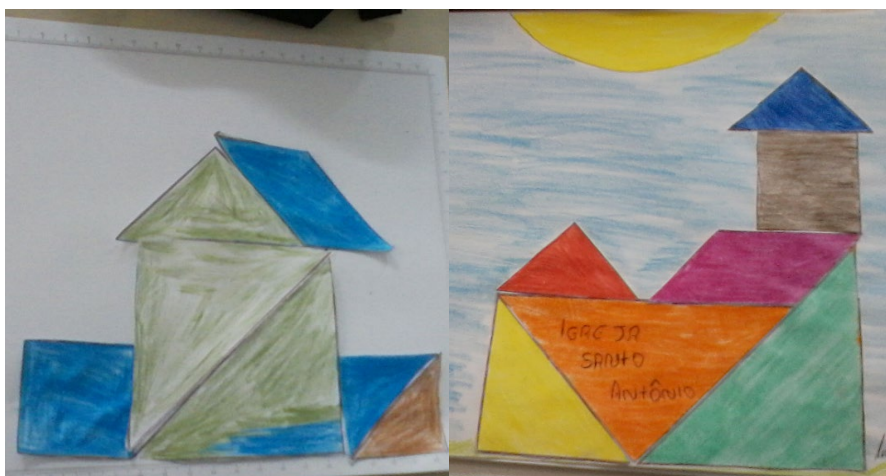
Na aula do Professor GAW, durante a efetivação deste trabalho com o Tangram, alguns alunos também indagaram sobre a relação entre a Matemática e o Tangram. Este professor assim respondeu: "*É porque o Tangram tem figuras geométricas*" (Caderno de Campo, 26-11-2014). Embora durante a entrevista aos pesquisadores, o professor tenha afirmado: "*Quando trabalhei o Tangram explorei alguns conceitos geométricos, especificamente o nome das figuras (nomenclatura), o raciocínio, a criação de estratégias de como utilizar a peça em determinada posição"* (Professor GAW), na prática isso não se concretizou totalmente.

A ação pedagógica consistiu em apresentar a história do Tangram e a montagem das figuras a partir do Tangram. No decorrer da atividade o Professor GAW expôs no projetor as diversas possibilidades de montagem, mas pediu aos alunos que escolhessem apenas uma para

montar no caderno de Artes, como pode ser visto nas figuras 33 e 34 a seguir.

Figura 33 - Tangram: as diversas possibilidades

Fonte: a autora, 26/11/2014

Figura 34 - Tangram: Montagem realizada por alunos

Fonte: a autora, 26/11/2014

Os alunos não foram orientados a brincar com a montagem das diversas possibilidades, de modo a mobilizar tentativas que exigem a ação de fazer e refazer, mas foram encaminhados a escolher uma única figura para montar (um modelo), o que significa, reduzir as oportunidades que o Tangram, como material lúdico no ensino da Matemática, oferece na formação de conceitos tais como, formas geométricas, simetria, frações, divisão, área, Perímetro, medidas, congruência, semelhança, ângulos da figura. Significa não somente reduzir as possibilidades de desenvolvimento do raciocínio lógico geométrico, mas também as habilidades e a criatividade.

O uso do Tangram como recurso pedagógico resumiu-se a pintura das partes e montagem de figuras específicas, sem contudo, haver a exploração dos conceitos geométricos e fracionários. Embasados nos estudos de Pais (1996) é possível dizer que o trabalho com o Tangram não deve ser resumido a uma perspectiva empirista pois, por si mesmos, tanto este objeto quanto o desenho que resulta das várias possibilidades de montagem das suas peças não caracterizam as noções geométricas e nem podem substituir a construção de conceitos. Segundo o autor, para que ocorra a construção do conhecimento, o uso desse material deve ser acompanhado pelo estabelecimento de relações, identificação de propriedades e verificação de uma proposição. Assim entendemos que mais importante seria que esta atividade mediadora, possibilitasse aos alunos a percepção das regularidades e a realização da comparação para que tirassem suas conclusões.

No ensino da Geometria é importante que o professor disponibilize materiais para que o aluno possa manipular, porém, Pais (1996) ressalta, como já dito neste texto, que não se trata de mera experimentação lúdica do objeto representante, nem de ficar restrito ao seu

aspecto mais imediato à sensibilidade humana, mas sim do uso de recursos didáticos a serem manipulados de maneira elaborada, raciocinada, em um ambiente de interações propício à aprendizagem, mediados pela ação do professor e pela Linguagem Geométrica, com a finalidade de ocasionar ao aluno níveis de abstração, que possibilitem a formação do conceito científico.

Tomando como referência o estudo de Pais (1996), podemos inferir que o desafio que o Professor GAW enfrenta em sua prática pedagógica, quando recorre ao uso do Tangram como recurso didático para ensinar a Geometria, consiste em efetivar a transposição das características empíricas do objeto para outros diferentes níveis de abstração e conceitualização, isto é, "saber como dar a continuidade didática entre o uso do material e as questões que levariam à abstração" (PAIS, 1996, p. 68), o que requer que a materialidade do objeto seja suplantada por meio de uma atividade intelectual orientada que, considere a unidade entre a teoria e a prática.

A esse respeito, Leontiev (1978, 2014) em seus estudos destaca o problema central do uso do material didático, do ponto de vista psicológico: a questão do que o aluno deve tomar consciência. Para Leontiev (1978; 2014) a análise do processo pelo qual a criança toma consciência do material didático, requer indagar o que compreende a criança nesse material e como o compreende. Ao propor uma tarefa, o professor precisa definir: que conteúdo deve ocupar um lugar estrutural na atividade do aluno; que conteúdo deve se converter em objeto da consciência do aluno; em que consiste a tarefa deste exercício e para que se dá.

A pergunta principal a ser feita é: qual o motivo que orientou a realização dessa atividade? Ainda que o registro do planejamento do

Professor GAW indicasse a intenção de concentrar o trabalho na Geometria, apontando como objetivo: "que o aluno possa aprimorar sua atenção e raciocínio no trabalho com figuras geométricas e Tangram" (SEMANÁRIO PROF. GAW, 27-11-2014), na prática isso não se concretizou. Segundo Leontiev (2014, p. 18), "o único modo de reter algum conteúdo como objeto da própria consciência consiste em atuar em relação a este conteúdo", o que não ocorreu.

A partir do entendimento de que o sujeito se conscientiza do assunto para o qual se dirige sua atenção, é possível dizer que, a maneira como esta tarefa foi organizada possibilitou a tomada de consciência dos aspectos voltados para o recorte, a montagem, a colagem e a pintura das figuras geométricas planas, pois os alunos foram impulsionados a realizar esta ação. Com efeito, o aluno se conscientiza daquilo que o impulsiona à ação. Ação entendida como "um processo orientado a um fim, que é impulsionado não por sua própria finalidade, mas pelo motivo da atividade global que é realizada por tal ação" (LEONTIEV, 2014, p. 16).

Esta atividade de ensino não se centrou nos conceitos científicos da Geometria. Embora os conteúdos geométricos estivessem ali presentes, de maneira perceptível, esta tarefa não possibilitou o domínio consciente destes conteúdos, pois, "o conteúdo que se percebe e o que se compreende não coincidem diretamente" (LEONTIEV, 2014, p. 13). O percebido precisa ser compreendido, isto é, precisa converter-se em objeto da consciência do aluno.

> [...] para que seja consciente o conteúdo percebido, é preciso que ocupe na atividade do sujeito o lugar estrutural de um fim imediato da ação e, desse modo, entre na relação correspondente com o motivo de tal atividade. Esse princípio é valido para a atividade externa e interna, à prática e à teórica (LEONTIEV, 2014, p. 17).

Neste processo de transformação do conteúdo que é percebido em conteúdo consciente, o professor que ensina a Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental ocupa papel fundamental. A mediação deve atrair e reter a atenção do aluno sobre os conceitos matemáticos, que se deseja que o aluno assimile. O objeto do conhecimento só se manterá no campo de atenção do aluno, se se propuser uma tarefa vinculada com o objeto em questão, isto é, que ocupe o lugar estrutural de fim.

Ao concluir sua análise pedagógica do problema da tomada de consciência do material didático, Leontiev (1978, 2014) emite uma importante conclusão:

> [...] o lugar e o papel do material visual no processo de aprendizagem são determinados pela relação que existe entre a atividade do educando, na qual tal material pode ocupar o lugar estrutural de fim imediato de suas ações, e a atividade que conduz a adquirir consciência do que é preciso assimilar (LEONTIEV, 1978, 2014, p. 24).

Vale aqui reiterar o que já foi dito acerca do uso de material manipulativo: a elaboração conceitual, o conceito em si, não está no material, mas na coordenação das ações, ou seja, é um processo de mediação que pode conduzir as crianças à formação dos conceitos. Ou seja, é efetivamente uma ação que se interioriza em pensamento a partir das interações sociais estabelecidas.

A análise das práticas pedagógicas dos professores, colaboradores desta pesquisa, revelou que a Geometria pouco foi trabalhada no período desta pesquisa, confirmando que, a despeito das propostas curriculares e do crescente interesse das pesquisas por este campo do conhecimento, que enfatizam a importância de o aluno se apropriar do pensamento geométrico. A Geometria permanece, de certa forma, ainda relegada a certa

condição de abandono, o que já fora percebido nas pesquisas de Nacarato (2000), Passos (2000), desenvolvidas há pouco mais de uma década.

As práticas pedagógicas destes professores mostram que o sentido que eles atribuem ao ensino da Geometria pode ser decorrente da maneira em que a Geometria historicamente foi tratada nas escolas brasileiras que resultou em fragilidade na sua formação ao longo de sua escolaridade. A isso se acrescenta o problema da formação nos cursos de formação inicial de professores polivalentes que, ao dar pouca importância à Geometria restringe a compreensão do professor a respeito de seu fazer e assim suas ações ficam reduzidas à mera repetição do livro didático sem o entendimento do *porquê se ensina aquele conteúdo daquele modo e para quê.*

Algumas implicações das avaliações externas SAREM e SARESP na prática pedagógica com a Resolução de Problemas Matemáticos

A análise da prática pedagógica de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental tecidas ao longo deste capítulo já apontou alguns entraves para o ensino da Matemática escolar. A despeito destes percalços, é certo que tal prática pedagógica é permeada pelo esforço e preocupação destes docentes em realizarem um ensino que promova a apropriação dos conceitos matemáticos. Nesta pesquisa tal esforço e preocupação aparecem bastante ligados ao fenômeno das avaliações externas em larga escala.

Além das avaliações nacionais, o Município onde se realizou esta pesquisa participa de avaliações estaduais (SARESP – Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) e municipais (SAREM – Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de Marília).

Na visão dos professores, colaboradores desta pesquisa, embora estas avaliações externas se constituam numa iniciativa interessante, como

uma política pública educacional, todavia, devido ao processo de ranqueamento podem se tornar instrumentos de pressão e treinamentos, haja vista que a escola, percebendo a possibilidade de ser taxada como ruim, se obter índices negativos, acaba orientando seus professores a práticas de treinando para alcançarem notas maiores a fim de ser respeitada em função de alcançar índices mais elevados nestas avaliações. Esta visão da avaliação traz implicações para o trabalho pedagógico, pois acaba redirecionando o trabalho do professor. Quando indagada sobre a temática, a Professora IRDA assim respondeu:

> *O positivo destas avaliações é que elas me ajudam a identificar o desempenho da turma e a aprendizagem de cada um. O ponto negativo é a tensão emocional, porque a partir do momento que eu comunico às crianças que vai acontecer essa avaliação, nós nos envolvemos em um período preparatório em que, tanto eu quanto os alunos ficamos muitos tensos e ansiosos e isso atrapalha muito* (Professora IRDA).

Este depoimento converge com o do Professor GAW, porque também aponta o que considera o lado positivo e o lado negativo destas avaliações, mostrando ainda como se concretiza esse movimento na escola:

> *As avaliações externas são boas porque nos dão uma visão ampla do que é trabalhado em outras Redes. Tem também a questão da pressão que vem numa escala de cima para baixo: o diretor que cobra do coordenador, que cobra do professor, que cobra do aluno. O aluno é a parte que mais sofre* (Professor GAW).

Embora o Professor GAW não trabalhe na mesma escola em que a Professora MAK, esta "cobrança" é confirmada na orientação registrada pela Coordenadora Pedagógica da escola M, no Semanário da Professora MAK: "*Após o Conselho de Classe pode começar a trabalhar com atividades*

do SARESP" (Caderno de Campo, 17-09-2014). Esta mesma orientação também foi escrita no caderno de plano de aula da Professora NER, pois trabalham na mesma escola.

Esta orientação trouxe implicações para o trabalho pedagógico da Professora MAK pois nos dias que seguiram a ela, esta professora se concentrou em propor atividades do SARESP, tal qual é cobrado nesta avaliação. Não houve uma preocupação em usar materiais manipulativos, por exemplo, no ensino do conteúdo de sólidos geométricos, bem como não houve o interesse em mobilizar estratégias diversificadas que permitiriam a solução dos problemas propostos. O objetivo da ação pedagógica residiu tão somente em ensinar a obter o resultado correto para cada atividade e sempre a resolvendo por um único caminho (Caderno de Campo, 23-09-2014).

Neste contexto, a prática pedagógica destes professores ocorreu pela aplicação de treinamentos e simulados, em meio a sentimentos de cansaço, frustração, algumas vezes expressados pelo choro de alunos. Quando a Professora ALF, em uma de suas aulas, anunciou que no dia seguinte eles fariam outro simulado e que nesta ocasião ela os ensinaria a preencher o gabarito e que respeitariam o tempo real da prova, foi necessário acalmá-los dizendo "*Fiquem calmos porque é só mais essa semana*" (Professora ALF, Caderno de Campo, 25-08-2014).

No dia seguinte, a Diretora e a Coordenadora Pedagógica da Escola em que atua a Professora ALF vieram até a sua sala de aula, para conversarem com os alunos sobre a avaliação do SAREM, que ocorreria na semana seguinte. Nesta abordagem explicaram sobre a responsabilidade que cada criança teria na avaliação. Nas aulas seguintes foram visíveis a tensão e o nervosismo tanto por parte da professora como dos alunos.

O que se percebe é que, em se tratando dos dados coletados nesta pesquisa, as avaliações externas determinam a organização do trabalho pedagógico, nas aulas de Matemática. Assim não é raro ouvir nas salas de aula frases como: *"É bom vocês deixarem a preguiça porque está chegando o dia do SARESP"* (Professora NER, Caderno de Campo, 23-09-2014).

Para a Professora NER, as avaliações externas embora se constituam em uma política educacional necessária e importante, na prática não contribuem para o processo de ensino e aprendizagem na escola, porque os resultados delas obtidos não têm se traduzido em ações de Formação Continuada para o professor, que ajudem a sanar os problemas de aprendizagens dos alunos nela evidenciados. Quando indagada sobre o assunto, ela assim respondeu:

> *As avaliações externas são necessárias e importantes. Na teoria seria uma possibilidade de mostrar a dificuldade dos alunos a fim promover aprendizagem mas, na prática, ela têm servido apenas para dizer "minha escola tirou 7, a outra não conseguiu tirar nada"; Eu acho que essas avaliações deveriam nos auxiliar no dia a dia, o que não ocorre. Elas trazem um estresse para os professores, para os alunos. A coordenação e a direção da escola pressionam a gente* (Professora NER).

A Professora MAK tem muitas dúvidas sobre *o que* se avalia e *para que* se avalia:

> *Para que serve a Avaliação Externa? Qual a finalidade? Avalia quem? O aluno ou o professor? Me sinto sempre pressionada e nervosa. E isto reflete nas aulas, no meu trabalho, porque sinto a "urgência" de que os alunos aprendam esses conteúdos e isso os deixa mais estressados e nervosos do que eu* (Professora MAK).

A Professora TAP concorda com a Professora MAK sobre uma possível incompreensão dos professores sobre estas avaliações. Vejamos o seu depoimento:

> *Existe uma incompreensão por parte dos professores da finalidade destas avaliações. As avaliações externas não servem para nada, apenas para classificação de escolas e turmas. Na prática a gente fica preocupada com os resultados. Não sei se elas mostram a realidade* (Professora TAP).

Para a Professora NAV as avaliações externas estão muito mais vinculadas ao trabalho do professor do que propriamente ao do aluno. Por isso ela busca tranquilizar seus alunos a respeito dessas avaliações, acalmando-os, pois entende que o foco da Avaliação é o professor. Para esta professora as atividades trabalhadas no dia a dia da sala de aula são diferentes daquelas cobradas nestas avaliações, o que se exige que, já desde o início do ano, sejam trabalhadas aquelas atividades que ela denomina de "tipos de atividade que caem no SARESP".

> *As avaliações externas servem para direcionar o trabalho do professor e para avaliar a Educação no geral. Não vejo como retorno para o aluno, por isso procuro deixar a minha turma tranquila; desde o início do ano já estamos trabalhando com o tipo de atividade que compõe o SARESP. Percebi que a diferença entre essas atividades e aquelas do dia a dia é o raciocínio lógico, interpretação e leitura* (Professora NAV).

Este depoimento converge com o do Professor GAW, no sentido de reconhecer que os conteúdos das avaliações externas são um pouco diferentes dos que se ensinam no dia a dia da sala de aula, são conteúdos que, extrapolam a Proposta Curricular da Rede Municipal de Marília - SP.

Para o professor este aspecto decorre uma visão diferente de Educação que orientam estas avaliações, como fica abaixo explicitado:

> *Neste ano tivemos SARESP e ano que vem teremos Prova Brasil. Em partes essas avaliações são válidas, porque vão produzir uma visão da Educação que não é a do nosso ensino em sala de aula, vai ter uma visão a mais do que a gente está ensinando em sala de aula. Por outro lado, algumas coisas que o Estado ensina, a Secretaria Municipal de Educação não contempla ou aborda diferente* (Professor GAW).

Como já mencionado neste estudo, durante a realização desta pesquisa, a Rede Pública Municipal de Marília - SP aplicou as Avaliações denominadas SAREM e SARESP, esta para o 5.º ano e aquela para o 4.º ano. Com isso foi possível presenciar o que ocorre nas aulas de Matemática, nos dias em que antecedem estas avaliações como, por exemplo, o tratamento dado ao conteúdo, as metodologias utilizadas, a ação e os sentimentos dos professores e dos alunos face a esta avaliação.

A Professora ALF, no afã de, principalmente, preparar os alunos para a avaliação em larga escala denominada SAREM - Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de Marília, que seria aplicada aos alunos do 4.º ano desta Rede Pública Municipal em 03-09-2014, e ainda dar conta de atender às exigências da Proposta Curricular (Expectativas de Aprendizagens) da Secretaria Municipal de Educação, não rompe com o imediatismo na solução de problemas matemáticos, em que o aluno se preocupa muito mais em perguntar "qual é a conta?" do que em pensar antes de agir e planejar a resolução do problema e, assim, cede à uma prática pedagógica que tem por finalidade primeira, ensinar o aluno a encontrar a resposta correta, como pode ser constatado na seguinte intervenção:

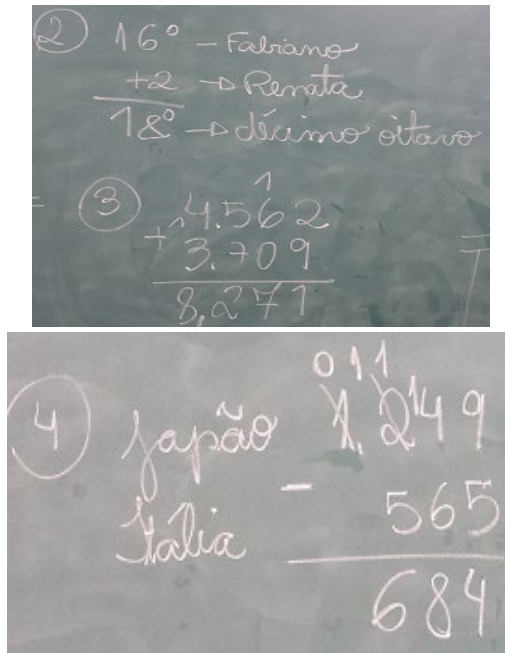
Na atividade *"Um marceneiro fez 5 mesas iguais. Gastou 650 reais de madeira, 120 reais em parafusos e 280 reais em ferro. Quanto ele gastou para fazer cada mesa? a) 210 reais; b) 21 reais; c) 201 reais; d) 240 reais"*, a ação pedagógica da Professora ALF consistiu em ler e explicar o enunciado a fim de ajudar a descobrir o algoritmo que possibilitaria a solução do problema. Durante a aula a professora deu dicas, tais como, *"o problema é de uma conta só?"; "pode ser de multiplicação ou de adição?"* (Caderno de Campo, 19-08-2014). Embora essa professora se dedique a levar os alunos a compreenderem o que foi proposto na atividade, por meio da explicação oral, ela não faz o registro da compreensão do problema. O registro restringe-se àquilo que seria a execução do plano de resolução - os algoritmos, omitindo-se ainda o planejamento das ações a serem tomadas e a verificação.

Essas ideias que permeiam a prática pedagógica da professora se constituem em entraves, para que se possa alcançar o fim principal a que deveria se dirigir essa atividade: o pleno desenvolvimento da humanidade no escolar. Entretanto, não é este o motivo que orienta a prática de ensino. Mas quais são os motivos que impelem a Professora ALF a atuar? Primeiro precisamos entender que a motivação, segundo Leontiev (1978, 2014) tem a ver com as relações que o sujeito estabelece com situações significativas anteriores e mobiliza seu interesse/necessidade, isto é, o objetivo da ação tem relação com o motivo de sua atividade.

Assim é preciso pensar: que motivo tem a Professora ALF para ensinar a Matemática, no período em que antecede à realização da Avaliação Externa SAREM? A nosso ver, o motivo, neste momento, é promover a aprendizagem dos alunos para alcançarem boas notas nesta Avaliação.

Esse motivo se enquadra naqueles que Leontiev (1978, 2014) denomina de *motivos-estímulo* ou *motivos compreensíveis,* neste caso, conceber a atividade de ensino como uma sequência de ações que são feitas na base da troca - ensinar para obter bons resultados na Avaliação Externa. Este motivo não possui força suficiente para fazer surgir uma atividade de ensino transformadora. É preciso que haja *motivos realmente eficazes*, por exemplo, perceber a atividade de ensino como uma sequência de ações que, se direcionam a um propósito bem mais amplo e importante para sua vida. A relação destes dois tipos de motivos pode provocar as transformações necessárias, para que a consciência de uma nova atividade se desenvolva na professora.

Em outras atividades propostas com a finalidade de prepararem as crianças para a realização da Avaliação Externa intitulada SAREM, a correção consistiu em ler o problema e mostrar que algumas palavras-chave (a mais, a menos) podem indicar quais "contas" devem ser usadas, para encontrar a solução do problema. Não foram exploradas outras maneiras de resolução, porque a finalidade era "treinar" o aluno para traduzir situações formuladas na linguagem cotidiana em expressões matemáticas (técnicas operatórias e procedimentos algorítmicos); especificamente buscava-se submeter o aluno a treinamentos que o ajudariam a memorizar uma determinada estratégia - a algorítmica - que o permitiria chegar à resposta certa e, por consequência, ajudaria a melhorar os índices da turma na Avaliação Externa. Assim, a Professora ALF, no momento da correção, desconsiderou a importância de mostrar aos alunos os passos que foram tomados para obter a resposta. Isso fica explicitado nos registros feitos pela professora na lousa, como mostra a figura 35 abaixo:

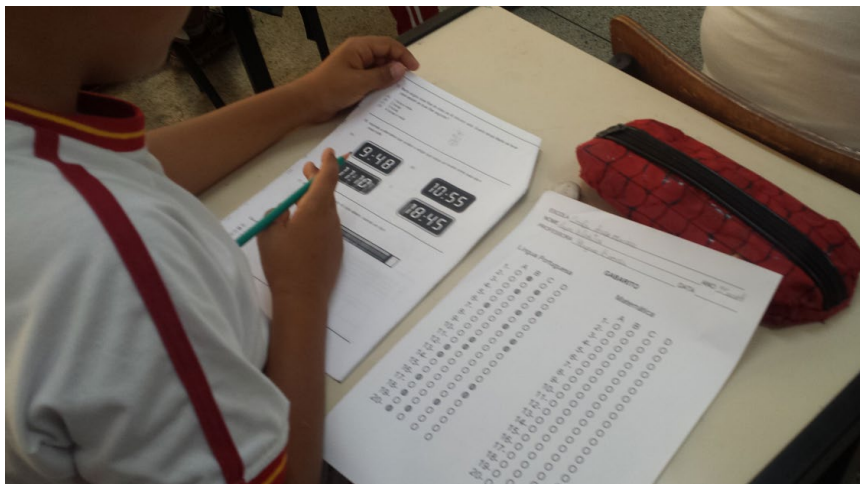
Figura 35 - Registros escritos

Fonte: a autora, 25-08-2014

Essa maneira de ensinar se constitui insuficiente para os alunos que apresentam defasagem na aprendizagem dos conteúdos matemáticos e contribui para os processos de exclusão social. É claro que a professora "corria contra o tempo", visto que a Avaliação Externa estava na iminência de acontecer e ela precisava realizar o "treinamento", porém, Echeverría (1998), já alertava que uma das dificuldades no trabalho com a solução de problemas é que no momento da resolução o professor não mostra com clareza os passos que foram tomados para obter a resposta, porque lhes são demasiadamente evidentes. Isso pode estar ligado ao fato de que o nível de significação da professora está distante das significações do aluno.

O que persistiu durante todo o trabalho de preparação para o SAREM realizado pela Professora ALF, foi a sua preocupação frente às dificuldades, que os alunos apresentaram no entendimento do enunciado, por isso a professora reafirmou o tempo todo: *"Preste atenção na pergunta!"* (Caderno de Campo, 28-08-2014). Vale dizer que a compreensão do problema está intimamente ligada aos processos de atribuição de sentido e significado. Nestes dias em que observamos as aulas foi possível perceber que tais processos passaram muitas vezes despercebidos pela Professora ALF, como já dito por Echeverría (1998), porque estes são demasiadamente claros aos professores.

Este movimento de treinamento para as avaliações externas ficou bem explicitado nas aulas observadas do Professor GAW, do 5.º ano, que ocorreram de 14-10-2014 a 26-11-2014. Neste período foi possível constatar nos registros de planejamento das aulas que, a intencionalidade principal do trabalho pedagógico, no ensino da Matemática consistiu em preparar os alunos para a Avaliação Externa SARESP - Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo.

Assim, no período de 14-10-2014 a 11-11-2014, o trabalho do Professor GAW, no ensino da Matemática, restringiu-se a preparar os alunos para esta Avaliação, que ocorreria em 12-11-2014. Este professor recorreu a provas aplicadas nos anos anteriores e realizou simulados, ensinando cada aluno como encontrar a solução para as atividades propostas, como pode ser visto na figura 36 abaixo:

Figura 36 - Preparação para o SARESP

Fonte: a autora, 17/10/2014

O trabalho realizado no período supracitado teve por objetivo sanar as dificuldades dos alunos em relação aos conteúdos que, possivelmente seriam cobrados nesta Avaliação, como por exemplo, conteúdos de Porcentagem e dos termos das operações aritméticas. Neste sentido, o trabalho com a Matemática ficou pautado na repetição e memorização de regras.

Por exemplo, no conteúdo de Porcentagem, o aluno deveria considerar a regra: 25% = 1/4; 50% = 1/2; 75% = 3/4; onde encontrar o resultado exige "dividir pelo debaixo e multiplicar pelo de cima" (Caderno de Campo, 21-10-2014). A resolução restringiu-se a fazer o algoritmo da divisão pelo método longo. Vejamos como o professor realizou a correção da atividade na lousa na figura 37 abaixo:

Figura 37 - Preparação para o SARESP: Conteúdo Porcentagem

Fonte: a autora, 21/10/2014

Neste trabalho o professor não usou o livro didático, pois segundo ele: "*o conteúdo da Porcentagem seria mais difícil para alunos entenderem se caminhássemos pela orientação dada pelo livro didático. Eles pegam o livro, eles leem, mas não conseguem entender*" (Professor GAW). Também não foi foco de seu interesse explorar outras formas de registros e nem situações nas quais, o percentual a ser calculado fosse um decimal, o que é uma contradição haja vista que índices de reajuste salarial, inflação e desemprego, por exemplo, geralmente têm essa formatação. Tratou-se, tão somente, de intensificar o trabalho que contemplasse a dificuldade dos alunos, em relação aos conteúdos que possivelmente estariam presentes na Avaliação Externa. Nisso foram também trabalhadas atividades sobre os termos das operações aritméticas.

A correção na lousa das atividades propostas, foi feita na lousa por alguns alunos com pouca intervenção do professor. Os alunos escolhidos

para esta tarefa foram aqueles que, em seus cadernos haviam resolvido de maneira correta tais atividades e que sabiam fazer a técnica operatória.

Vale dizer que a observação das aulas do Professor UDE, do 4.º ano, ocorreram num período pós SAREM e assim não foi possível analisar como se deu a prática deste professor antes desta Avaliação. Isso também não é estritamente o foco de interesse deste estudo, apenas está inserido em um contexto maior - o da prática pedagógica do professor no ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e as implicações relacionadas à Resolução de Problemas - foco deste estudo.

Contudo, foi possível perceber que o Professor UDE trabalha majoritariamente problemas convencionais e modelos previamente definidos, o que acaba treinando os alunos para tal Avaliação, visto que ela, na sua maioria, é composta por este tipo de problema. Os problemas convencionais são aqueles cuja solução é possível a partir de um algoritmo. Por sua vez, os problemas não convencionais exigem capacidade de imaginação e raciocínio criativo. Ambos são importantes para o desenvolvimento do pensamento teórico e precisam aparecer de forma equilibrada nos programas de ensino de Matemática.

Em nosso entendimento, o trabalho pedagógico que parece suficiente para obter um bom resultado neste tipo de Avaliação resume-se em treinar o aluno a compreender este tipo de problema, o convencional, de modo que ele seja capaz de traduzir em Linguagem Matemática a linguagem do cotidiano, e a encontrar a resposta correta por meio de técnicas operatórias e procedimentos algorítmicos.

Ensinar essa maneira de se resolver problema, como se fosse única, e repeti-la por várias vezes, até que o aluno seja capaz de resolver mecanicamente tais tipos de atividades, parece contribuir positivamente

para melhorar os índices da escola nesta Avaliação, pois a turma do Professor UDE conquistou média 8,0 sendo considerada em nível adequado. Dos 27 alunos da Professora ALF que participaram da avaliação, 11 foram considerados em nível adequado, 11 em nível avançado e 5 em nível básico (Caderno de Campo, 18-09-2014).

Segundo Mayer (1992), os indivíduos treinados a solucionarem determinados tipos de problemas, aos quais foram-lhes ensinadas algumas estratégias de resolução, obtêm mais sucesso na solução dos mesmos tipos de problemas trabalhados do que outros indivíduos que não são treinados. A nosso ver, submeter os alunos a quase unicamente esse procedimento pode tolhir em muito a capacidade de criação e imaginação na Resolução de Problemas matemáticos resultando nas clássicas interrogações dos alunos: "é de 'mais' ou de 'vezes'?" ou "quantas contas, professora?".

Para Echeverría (1998), o professor deve ser sim um *"treinador"*, não da maneira com que estes professores têm se colocado, mas como alguém que faz com que as habilidades e técnicas que o aluno possui sejam utilizadas de maneira estratégica, na Resolução de Problemas. A nosso ver, essa didática não pode ocorrer de maneira pontual e esporádica, como a Professora ALF e o Professor UDE fizeram em algumas de suas aulas, ora definindo as etapas de Resolução de Problemas, ora abandonando-as, mas devem ser adotadas continuamente ao longo do percurso da aprendizagem matemática dos alunos.

Vale dizer que nos simulados preparatórios para o SAREM, aplicados pela Professora ALF, a Resolução de Problemas dos alunos não contempla estratégias diferenciadas ou registros das etapas de Resolução de Problemas (Caderno de Campo, 26-08-2014). A nosso ver, isso é consequência do trabalho pedagógico desenvolvido nas aulas e aponta para a necessidade da proposição de problemas, que exijam do aluno a

capacidade de reflexão sobre o planejamento, a organização de estratégias e a verificação de hipóteses.

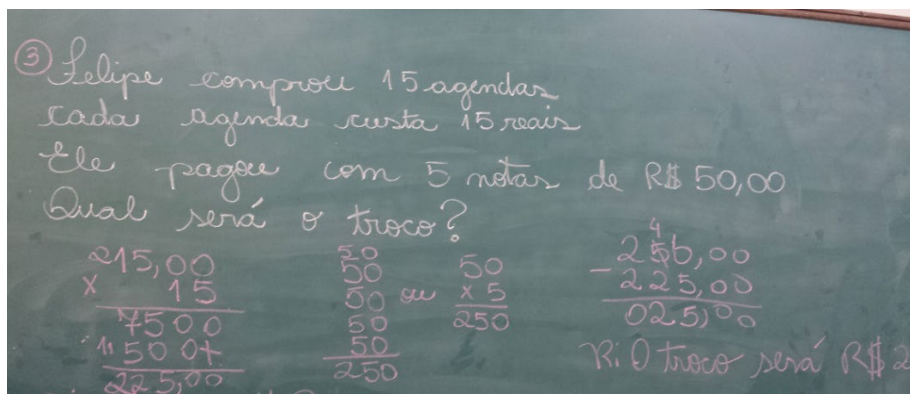
Também vale registrar, que o baixo desempenho dos alunos nos simulados anteriores à Avaliação, levou a Professora ALF a desabafar dizendo: *"Será que eu não estou sabendo ensinar a Matemática?* (Caderno de Campo, 02-09-2014). Parece que esta maneira de ensinar deixa a professora insatisfeita em relação à aprendizagem de seus alunos. É na indagação da própria prática, num movimento de ação-reflexão-ação, que o professor pode construir novas estratégias pedagógicas. Neste movimento, ao objetivar a necessidade de ensinar e organizar um ensino que favoreça a aprendizagem, o professor vai se constituindo professor desenvolvendo a atividade de ensino e sua atividade de aprendizagem.

É certo que neste ambiente de preparação para a Avaliação Externa, tanto os professores como os seus alunos, tiveram dificultadas e abafadas as possibilidades de desenvolver a criatividade, a imaginação, a aventura e a habilidade de trabalhar em grupos, que a metodologia da Resolução de Problemas pode propiciar. Ademais, não se pode desconsiderar que, de certa forma, as avaliações externas cerceiam o trabalho do professor e sua autonomia. Contudo, é de fundamental importância lembrar que a melhoria da qualidade no ensino da Matemática exige a implementação de políticas públicas que, ao invés de oferecer instrumentos que, aparentemente, destinam-se a ajudar o professor a realizar a sua própria aula, proponham-se de fato, a construir um projeto de valorização da formação de professores e de seu trabalho ponderando a precarização e desvalorização social e econômica que tem revestido a profissão-professor e, ao mesmo tempo, desvelando a complexidade da natureza do trabalho docente.

Os fatos antes mencionados induzem-nos a pensar que as preferências didáticas da Professora ALF foram determinadas tão somente pela necessidade de se alcançar bom êxito na Avaliação Externa, contudo, isso se torna questionável, pois no período posterior a esta Avaliação foi possível constatar que, já com a turma mais tranquila, a Professora ALF até tenta avançar em direção a tradução do problema, mas acaba com o foco sempre na "conta" dando, portanto, prosseguimento a uma ação pedagógica pautada nas estratégias de ensino já apresentadas neste texto, o que evidencia também uma fragilidade teórico-metodológica em sua formação docente para o ensino da Matemática. Esta professora em Nível Médio não cursou o Magistério, graduou-se em Ciências Sociais, em 2010 e especializou-se em Educação Especial. Tal fragilidade fica demostrado na atividade proposta por ela em 16-09-2014: *"Felipe comprou 15 agendas para presentear seus funcionários. Cada agenda custou R$15,00 e ele pagou com 5 notas de R$50,00. Quanto ele recebeu de troco?"*

A intervenção pedagógica se deu da seguinte maneira: a professora registrou os dados e perguntou: *qual será o primeiro passo para resolvermos? O que você quer descobrir primeiro? Qual conta faríamos?* Também buscou estimular o cálculo mental perguntando*: Se eu comprar 1 agenda, quanto pagarei? E se eu comprar 2 agendas, quanto pagarei? E se eu comprar 3 agendas?* Neste momento uma criança respondeu: *R$45,00.* A professora continuou a indagar: *o que estamos fazendo? Estamos adicionando ou subtraindo?* Outra criança respondeu: *estamos adicionando.* Então a professora propôs a multiplicação 15,00 X 15. Feito isso prosseguiu perguntando: *Mas é isso que o problema quer saber? Como ele pagou?* Outro aluno faz o cálculo mentalmente (50 + 50 + 50 + 50 + 50), que foi prontamente registrado pela professora conforme pode ser visto na figura

38. Por fim, a professora registrou a subtração (250 – 225) (Caderno de Campo, 16-09-2014).

Figura 38 - Prática de ensino pós SAREM

Fonte: a autora, 16/09/2014

Na observação das duas últimas aulas da Professora ALF, foi possível perceber uma prática de ensino que, contemplou o registro dos dados do problema na lousa, o compartilhamento das diversas estratégias utilizadas pelos alunos, a busca coletiva pela compreensão do problema, por meio do diálogo e problematização das situações problemas propostas e a busca dos sentidos e significados. Vale dizer que isso não expressa o que foi visto na maioria das suas aulas, revela uma postura pontual, o que, como já dito anteriormente, não é suficiente para desenvolver no aluno a criatividade na Resolução de Problemas (Caderno de Campo, 22 e 24-09-2014).

Ainda que a Professora ALF tenha realizado tentativas no sentido de avançar para o desenvolvimento de um ensino que atenda à perspectiva

metodológica da Resolução de Problemas, prevaleceram em sua rotina didática atividades que têm por objetivo apresentar e treinar uma técnica operatória, algoritmo para ser aplicado, a *posteriori*, na Resolução de Problemas. Isso se constitui conduta resultante de uma cultura escolar que resiste a transformações. Em semelhança, o Professor GAW realizou algumas tentativas de implementar as etapas que orientam a solução de problemas apenas após a realização da Avaliação Externa do SARESP, porém, sem sucesso. No período que antecedeu tal Avaliação, a prática pedagógica deste professor consistiu em ajudar os alunos a encontrarem a resposta certa para as atividades propostas de acordo com os conteúdos que, possivelmente seriam cobrados nesta Avaliação, enfatizando-se as "contas", como já apresentado acima.

O fato é que o ensino da Matemática, que toma a perspectiva metodológica da Resolução de Problemas exige uma prática pedagógica que ultrapassa a implementação de atividades voltadas para o treinamento e o fazer mecânico e repetitivo dos tipos de questões que costumam se apresentar aos alunos nestes instrumentos de avaliação em larga escala e ainda que o professor se mostre esmerado neste trabalho, há de se considerar que ensinar a Matemática na perspectiva metodológica da Resolução de Problemas exige outras ações didáticas, como por exemplo, incentivar a criatividade nas estratégias de resolução; questionar a solução encontrada, atribuir sentido e significado ao problema formulado, incentivar o aluno a formular problemas e, sobretudo, a valorizar uma postura investigativa sobre o que está sendo desenvolvido na aula e a comunicação bem como o registro escrito do processo de Resolução do Problema. As análises aqui desenvolvidas mostram que quando se trata de ensinar a Matemática, na perspectiva metodológica em questão, há de se

ter certa cautela na interpretação dos resultados obtidos nas avaliações oficiais tais como o SARESP e o SAREM.

A Resolução de Problemas e a formação de conceitos matemáticos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Para Vigotsky, a relação entre ensino e desenvolvimento é questão principal para a prática pedagógica. Na escola, a criança se apropria de conteúdos curriculares sistematizados e são esses novos conhecimentos que possibilitam o seu desenvolvimento mental, pois a aprendizagem escolar é a fonte do desenvolvimento dos conceitos científicos.

Tomando como referência a Teoria Histórico-Cultural, não se pode perder de vista aqui que a aprendizagem matemática ocorre na relação professor-conhecimento matemático-aluno. Nesta relação a criança como um ser social, se apropria do conhecimento matemático nas relações e interações que estabelece com o outro e com o meio ao qual está inserida. Em atividade, a criança atribui significados aos conceitos matemáticos nestas relações mediadas por instrumentos psicológicos, dos quais a palavra é o mais significativo.

O desenvolvimento das funções psíquicas superiores da criança ocorre primeiro no plano social, histórico e cultural, por meio das interações dialógicas (condutas coletivas) e, posteriormente, no plano individual (interno) como a internalização das funções socioculturais dos instrumentos e objetos, conforme revela na Lei Genética Geral do Desenvolvimento formulada por Vygotski (1995).

É, portanto, neste processo de interiorização que nasce a consciência humana, fruto da existência humana, em que jogam importante papel o pensamento e a linguagem, desenvolvidos de forma

inter-relacionada. Vigotsky e colaboradores ao apresentar o potencial mediacional da linguagem oral ou escrita no desenvolvimento das funções psicológicas superiores da criança, atribuem papel decisivo para a ação do professor, ou do parceiro mais experiente.

Estes aspectos teóricos foram por vezes desconsiderados na prática pedagógica dos professores, colaboradores deste estudo, nas aulas de Matemática observadas durante a realização da pesquisa ora apresentada. Há de se considerar que, em geral, se reflete na prática pedagógica dos professores aquelas teorias estudadas durante a sua graduação, utilizadas pelos professores formadores. Mas, será que os professores conhecem a Teoria Histórico-Cultural e as implicações para a prática pedagógica?

Segundo Libâneo e Freitas (2017) no Brasil, a teoria de Vygotsky chegou lentamente a partir da segunda metade da década de 1970. Somente a partir da década de 1980 é que foram se formando grupos de estudos sobre a obra deste autor. O Parâmetro Curricular Nacional (BRASIL, 1997) destaca que muitos dos resultados das pesquisas realizadas por grupos de pesquisa nas universidades são desconhecidos pelos professores ou chegam de maneira lenta no ambiente escolar e, às vezes, de maneira pouco profunda ou com interpretações diversas.

Em Marília - SP, onde foi desenvolvida esta pesquisa, se destaca o Grupo de Pesquisa Implicações Pedagógicas da Teoria Histórico-Cultural. Formado em 1997, este grupo debate e divulga uma leitura atenta e refletida acerca desta teoria, oferece cursos de extensão universitária, que participam professores das redes públicas e particulares de ensino e alunos de graduação e pós-graduação da UNESP e de outras instituições. O Grupo orienta monografias, dissertações e teses, e participa de bancas de exames gerais de qualificação e defesa de dissertações e teses, e tem alguns

livros publicados. Além disso, participa e organiza anualmente a Jornada do Núcleo de Ensino de Marília, que em 2017 realizou a 17.ª edição.

Mesmo com um Grupo de Pesquisa em seu próprio município, a prática pedagógica dos professores desta pesquisa evidenciou certo distanciamento dos princípios fundantes da Teoria Histórico-cultural. Para Libâneo e Freitas (2017) há de se ponderar acerca da presença da abordagem histórico-cultural em nosso meio, verificar quais, e de que forma, essas ideias entram nas propostas curriculares oficiais, nas publicações, nas ementas e na abordagem teórica utilizada pelos professores formadores, especialmente nos cursos de formação de professores.

Tal distanciamento teórico ficou evidenciado na prática do Professor GAW, pois em suas aulas, na maioria das vezes este professor não dialogou sobre o desenvolvimento da atividade, nem indagou à turma para saber quem entendeu ou quem não entendeu o conteúdo.

Por exemplo, em uma de suas aulas observadas, que teve a duração de 2h40, o Professor GAW dedicou maior tempo à correção de provas, ação que dificultou que destinasse atenção ao desenvolvimento das atividades que os alunos estavam realizando. Por vezes, se colocou num canto da sala buscando manter a sala em silêncio e, por fim, pediu a alguns alunos para irem a lousa realizarem o registro da solução encontrada para cada atividade. O ensino da Matemática teve como fim promover a aprendizagem de técnicas operatórias, considerando o resultado em detrimento do processo da busca da solução.

Diferente dos outros professores, sujeitos desta pesquisa, este professor, ao ensinar a Matemática, **fala** e **mostra** pouco, no sentido já explicitado anteriormente neste texto. Tomando como referência a

Avaliação Externa que estava na iminência de acontecer, a intervenção pedagógica consistiu em ajudar os alunos a encontrarem a resposta certa, enfatizando-se as "contas".

Sobre a necessidade de mostrar com clareza os processos de resolução de uma situação problema por meio do registro escrito já foi abordado neste texto. O que interessa agora é analisar as implicações do **Discurso** do professor para a aprendizagem dos alunos. Isso nos remete a Vigotsky (1989a) para quem um pensamento despido de palavras permanece uma sombra, as formas mais avançadas do pensamento são transmitidas à criança por intermédio de palavras.

No acontecimento da aula, embora o professor ocupe o lugar de alguém dotado de autoridade no ensino da Matemática e o aluno se constitua o interlocutor imediato, sua fala como ferramenta que medeia a aprendizagem do aluno, não pode se dar no contexto de uma ação autoritária pelo qual o professor, na condição de comunicador de conhecimentos, explica oralmente o conteúdo e o aluno se restringe apenas a olhar e a escutar, ao contrário, a fala do professor deve ser pronunciada num ambiente discursivo e dialógico em que ambos se constituam sujeitos do discurso.

Para Bakhtin (2003, p. 274), "O discurso só pode existir de fato na forma de enunciações concretas de determinados falantes, sujeitos do discurso. O discurso sempre está fundido em forma de enunciado pertencente a um determinado sujeito do discurso, e fora dessa forma não pode existir"

Portanto, as enunciações inseridas em seu curso social e histórico devem considerar as diferentes esferas, em que se situam os sujeitos, as diferentes posições de autoria, a alternância dos sujeitos do discurso, sendo

fundamental a identificação da esfera de onde fala, da posição de onde fala e do auditório para o qual fala (BAKHTIN, 2003).

Posto isto, nas aulas de Matemática, o Professor GAW não pode prescindir de, em interação com os seus alunos e o conteúdo matemático, criar o seu discurso, aqui considerado na sua condição de enunciados, pois ele é alguém que tem mais conhecimento do que seu aluno na área que ensina. Seu discurso deve estar impregnado do Discurso Matemático que é propagado socioculturalmente. Segundo Danyluk (2015).

> O Discurso Matemático é a articulação inteligível dos aspectos matemáticos compreendidos, interpretados e comunicados pelo homem, dentro de uma civilização. [...] É nessa unidade relacional entre homens que estão em uma mesma comunidade que a Linguagem Matemática pode ser compreendida, interpretada e expressa e, desse modo, lida (DANYLUK, 2015, p. 24-25).

Neste sentido, a fala do professor não deve perder de vista o conteúdo a que se dirige a aprendizagem, neste caso, os conceitos científicos da Matemática. O professor, como alguém que tem mais conhecimento do que seu aluno na área que ensina, deve criar condições para a aprendizagem de seus alunos sempre atuando na Zona de Desenvolvimento Proximal da criança de modo a impulsionar o desenvolvimento de cada escolar. Cabe a ele possibilitar ao aluno que seja capaz de atribuir o significado àquilo que o Discurso Matemático propaga, conduzindo-o "à compreensão, interpretação, comunicação e transformação daquilo que leem em Matemática" (DANYLUK, 2015, p. 15). Na escola, em ação formalizada, os conceitos espontâneos são transformados em científicos, por meio da linguagem e da ação sistematizada do outro.

Partindo da premissa de que as relações sociais na escola são fundamentais no processo de aprendizagem, esta pesquisa considera que a relação que o aluno estabelece com seus pares interfere na aprendizagem do indivíduo. Nisso ganha importância aos olhos do pesquisador o modo como o professor organiza a sala de aula, sua atitude frente às crianças, se a atividade que o professor propõe e a transposição didática possibilitam a participação dos alunos na aula e a interação entre os sujeitos.

Um fator convergente percebido em todas as salas de aulas em que atuam os professores sujeitos desta pesquisa foi a organização da turma em fila indiana. Esta maneira histórica de organizar a distribuição das cadeiras tem por finalidade a ordem, controle e eficácia. Uma organização assim é aceitável quando o conhecimento matemático é concebido numa perspectiva tradicional de ensino. Zabala (1998) esclarece que esta organização apresenta limitações ao aprendizado de conteúdos conceituais e procedimentais. Vale lembrar que a solução de problemas envolve a vinculação entre estes tipos de conteúdo.

Esse modelo de organização está tão consolidado na escola que mesmo quando o Professor GAW propôs o trabalho com o Tangram, que pressupõe a cooperação entre os alunos como fundamental, ele não organizou a turma em grupos. A iniciativa de interagir como os colegas partiu dos alunos e não do professor, que continuou a oferecer ajuda individualizada em sua mesa, como de costume.

A nosso ver, o modelo de organização da classe que sempre coloca os alunos em fila indiana não contempla os requisitos exigidos, para a realização do ensino orientado pela perspectiva metodológica da Resolução de Problemas, nem reflete uma prática educativa pautada nos princípios da Teoria Histórico-Cultural, que propugna que o sujeito aprende e se desenvolve nas interações sociais. Ações que podem potencializar o

desenvolvimento do aluno são aquelas que permitem a troca entre os mais experientes e os menos experientes. O parceiro mais experiente pode ser o professor ou um colega de sala.

Não se trata de desvalorizar o papel do professor nas relações que se estabelecem em sala de aula, pois ele é, por excelência, o parceiro mais experiente, mas de considerar que a relação aluno-conhecimento-aluno não pode ser desconsiderada no processo de aprendizagem. Segundo Davidov (1988), se produz melhores resultados na assimilação do conteúdo quando as crianças interagem intensamente entre si no processo de assimilação de conhecimentos e habilidades (por exemplo, quando elas discutem sobre as condições em que se originam o conhecimento e as habilidades).

Assim sendo, é possível dizer que a organização dos alunos na sala de aula em fila indiana torna pouco produtivo o trabalho voltado para a solução de problemas, sobretudo, para os alunos com defasagem, porque limita a atividade de observação, de diálogo, de debate, de manipulação de materiais e restringe a experimentação; além disso, obriga a estabelecer atividades idênticas para todos, limita atender aos diferentes estilos e ritmos de aprendizagem; restringe o conhecimento do processo que cada aluno está seguindo na construção do significado e, por consequência, não consegue atender à diversidade de níveis de aprendizagem que constitui a turma (ZABALA, 1998).

O DISCURSO PEDAGÓGICO DOS PROFESSORES QUE LECIONAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Neste capítulo ocupamo-nos da análise de alguns dados que emergiram do discurso dos professores sobre o ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental coletados por meio da entrevista. Para tanto, elegemos as seguintes categorias: **O papel da Matemática nos programas de Ensino Fundamental**; **A relação concreto-abstrato face aos recursos didáticos utilizados; Jogos e atividades lúdicas no ensino de Matemática; Uso das tecnologias para ensinar Matemática; Dificuldades apontadas para ensinar e aprender Matemática.** Estas categorias emergiram do discurso dos professores ao enunciarem os aspectos prático-utilitários do conhecimento matemático; as dificuldades para a articulação entre teoria e prática; as tentativas de constituição de um processo de aprendizagem significativa e as limitações do processo de formação inicial e continuada.

O papel da Matemática nos programas de Ensino Fundamental

Compreender a prática pedagógica de professores dos Anos Iniciais, sujeitos desta pesquisa, no ensino da Matemática no contexto da Resolução de Problemas, requer considerar a visão que cada um deles tem a respeito da Matemática e sua presença nos programas desta fase da escolaridade. Nesta busca, quando indagados sobre a importância que atribuem à Matemática, os professores colaboradores desta pesquisa assim responderam:

> *A Matemática está presente em tudo do dia a dia dos alunos, por exemplo, no número de calçado, no peso e na altura deles; onde eles estão, no sentido de perceber o espaço, as figuras geométricas, o volume (cheio/vazio). Eu busco comparar o conteúdo com o dia a dia deles para que percebam a Matemática no trabalho, nas compras que fazem junto com a mãe. Por exemplo: Se eles vão a padaria comprar o pão, lá estão presentes as "medidas" e o "dinheiro". A matemática está presente em tudo (*Professora NER).

> *A Matemática, antes de tudo é uma forma de linguagem. Ela está presente no dia a dia e se faz necessária para o convívio em sociedade, para que as crianças possam se relacionar em sociedade, por isso ela é imprescindível para o convívio (*Professor UDE*).*

Nos depoimentos, destacam-se o aspecto utilitário do conteúdo matemático na prática social. Todos os depoimentos se reportam aos limites de uso social do conhecimento matemático, mas a preocupação do Professor UDE com referência à Matemática como linguagem e, nas entrelinhas como componente de alfabetização, respaldando os processos de leitura e de escrita é pouco destacada.

> *A Matemática faz parte da vida, do nosso dia a dia. Eu explico para os alunos: "quando crescerem, terão de usá-la na vida de vocês. Por exemplo: Se você for pedreiro, você vai ter que saber Matemática [...] Situação problema, tem criança que não gosta. Mas quando na sua vida você estiver num problema real? Você tem que saber fazer operações mentais básicas"* (Professora ALF).

> *O ensino da Matemática é essencial, porque ela está presente em quase tudo. A gente vai ao mercado e precisa da Matemática; para passar em concurso precisamos da Matemática. A Matemática está no dia a dia da vida da gente, principalmente nas coisas práticas* (Professor GAW).

Esta linha de pensamento, também é evidenciada nos depoimentos das Professoras MAK e IRDA: *"É importante ensinar Sistema Monetário, porque eles vão mexer com dinheiro na vida deles"* (Professora MAK). *"Eu acho que a Matemática é muito importante, tanto é que eu trabalho com as crianças a sua importância na vida e no dia a dia, em todos os sentidos"* (Professora IRDA).

Alguns depoimentos sugerem a preocupação com a integração entre os temas da Matemática e desta com as demais ciências, em movimento de natureza transdisciplinar. Para a Professora NAV, a Matemática é base necessária para sustentação de diversas áreas do conhecimento: "*A Matemática é a base de tudo. O aluno precisa ter muito bem clara, a Matemática, se o aluno não tem um bom desenvolvimento em Matemática, ele tem dificuldade em nas demais áreas do conhecimento"* (Professora NAV).

Do exposto até aqui é possível dizer que os professores colaboradores deste estudo, majoritariamente, compreendem a Matemática como uma ciência ligada à vida e que tem por finalidade resolver problemas do cotidiano. Não há uma preocupação com o papel desta ciência na consolidação dos processos de leitura e de escrita.

No depoimento da Professora ALF aparece certa inquietação no sentido de considerar a Alfabetização Matemática tão importante quanto a Alfabetização na Língua Materna, mas no sentido de que a criança para resolver problemas matemáticos necessita se apropriar, sobretudo, da leitura.

> *Não dá para pensar separadamente a Língua Portuguesa da Matemática, porque a Matemática não se reduz a fazer a técnica operatória, a criança tem que entender toda uma situação problema. No começo do ano cinco*

> *crianças não estavam alfabetizadas e essa dificuldade com a Língua Portuguesa reflete na Matemática* (Professora ALF).

Percebemos neste depoimento que a aprendizagem da Matemática é vista pela professora, ao lado da Alfabetização da Língua Materna, mas não como componente de alfabetização. Trata-se de conceber a Língua Portuguesa a serviço da Matemática. Essa ideia corrobora para que o ensino desta disciplina seja adiado para outro momento. A Professora NER aponta que na escola, nos 1.º e 2.º anos, a Alfabetização Matemática fica relegada a um segundo plano, isto é, ensina-se mais os processos de leitura e escrita deixando-se a Matemática para ser trabalhada mais intensamente a partir do 3.º ano do Ensino Fundamental.

A esse respeito a Professora NER afirmou que:

> *O ensino da Matemática é algo que deveria ser mais priorizado desde as séries iniciais e não deixar que o aluno seja alfabetizado matematicamente no 3.º ano e no 4.º ano, porque ele perde aquele raciocínio que poderia desenvolver ao longo de todos esses anos* (Professora NER).

Esse tratamento secundário dado à Alfabetização Matemática é ratificado no depoimento da Professora TAP e no depoimento da Professora NAV:

> *No conselho, eu coloquei a questão da Alfabetização Matemática, porque, no caso da minha turma, tem muitas crianças no 4.º ano que ainda não estão minimamente alfabetizadas nos conceitos matemáticos. Eu tive que ouvir que Matemática não reprova. Percebe-se, que na escola não se dá à Matemática a sua devida importância* (Professora TAP).
> *A Matemática é importante para a formação do aluno, mas tem aluno que teve uma falha na alfabetização Matemática, por conta da pouca*

importância dada a ela nos primeiros anos, e isso a gente tem que correr atrás no 3.º, 4.º e 5.º ano, pois os alunos vêm com defasagem (Professora NAV).

Em seu depoimento a Professora NAV revela que a Matemática é tratada nos três primeiros anos da escolaridade como área de menor importância e aponta as consequências desta decisão: Alunos no 4.º ano e 5.º ano apresentam sérias defasagens em Matemática. Isto se constitui em desafios para os professores que atuam no ensino da Matemática, nesta fase da escolaridade, como ficou bem explicitado pela Professora TAP no depoimento acima. Acrescenta-se a isso a preocupação em cumprir o que está prescrito no Programa Curricular da Rede Municipal de Marília, que segundo os interlocutores desta pesquisa, é caracterizado pelo transbordamento de conteúdos.

Isso aparece nos depoimentos dos professores sobre os programas curriculares dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Vejamos a resposta destes professores:

> *O que orienta a minha decisão sobre os conteúdos a serem trabalhados é um currículo que já vem pronto da Secretaria Municipal de Educação, e eu tenho que desenvolver. Esses conteúdos são organizados em forma de "Expectativas de Aprendizagem". A gente tem que realizar a avaliação bimestral com base nestas Expectativas. É muito conteúdo e como vem da Secretaria, a gente tem que fazer* (Professora NER).

Analogamente, a manifestação é convergente com o depoimento da Professora IRDA:

O conteúdo é bom, mas as crianças têm defasagem, o que atrapalha muito no entendimento das situações problemas. É muito conteúdo. Se considerarmos as dificuldades que as crianças apresentam, não tem como sistematizarmos todo esse conteúdo e encaminhar esses alunos preparados para o 5.º ano. Estou me referindo a Proposta Curricular da Rede Municipal (Professora IRDA).

Eu trabalho com a Proposta curricular para o 4.º ano. Ela está, em parte, adequada ao 4.º ano, porque no início do ano eu recebo aluno com muita dificuldade em leitura e Matemática. O grande nó para mim consiste em como trabalharei a Proposta sem desconsiderar as especificidades da minha turma. A gente fala tanto em inclusão; se fala tanto em atender a diversidade e a Proposta não olha isso (Professora ALF).

Com a mudança da Proposta Pedagógica, os descritores do 5.º ano passaram de 10 para 14, o que eu acho muito! Foi aí que complicou na preparação e aplicação da prova bimestral, tanto para o professor que precisa contemplar estes 14 descritores nesta prova quanto para o aluno, que cansa mais (Professor GAW).

No 5.º ano tem atividades que são apropriadas para eles, mas por exemplo, Fração, Porcentagem, Número Decimal é difícil para os alunos do 5.º ano, porque alguns nem aprenderam as "continhas" básicas nos 2.º e 3.º anos (Professora MAK).

Os depoimentos destes professores são convergentes quando explicitam a dificuldade de adequar as orientações do currículo, que eles consideram extenso, à realidade dos níveis de aprendizagem de suas turmas, o que lhes causa certo sentimento de frustração no exercício da docência. Fica latente a preocupação com a veiculação dos conteúdos e raramente com a forma como esses conteúdos são apresentados aos alunos. Mas o Professor UDE e a Professora NAV lidam um pouco diferente com essa situação:

> *A Proposta de Ensino de Matemática desta Rede tem esse espiral: Alguns assuntos são introduzidos, alguns são sistematizados e outros são consolidados. A metodologia para o desenvolvimento deste trabalho fica por conta da formação inicial do professor [...] O currículo é bem apropriado e abrange tudo o que o aluno precisa aprender* (Professora NAV).
> *Nós recebemos uma grade curricular e o livro didático para trabalhar. Procuramos aprimorar e aprofundar estes conteúdos do 1.º ao 5.º ano. Ainda que exista um currículo oficial, uma seleção de conteúdos e uma prova bimestral nós temos autonomia para decidir até onde caminhar e o que retomar. Embora a prova bimestral exigida pela Secretaria seja feita em cima dos descritores previstos no Programa, ela é feita como parte burocrática, mas na hora de atribuir a nota não é ela que a gente leva em conta. Essa decisão passa pelo entendimento de cada professor [...] quem elabora esta prova é o próprio professor e o seu trabalho não tem que somente se basear nela* (Professor UDE).

Da análise de todos estes depoimentos apresentados neste tópico, é possível identificar que um entrave considerável no ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental reside no desafio que o professor enfrenta, para dar conta de cumprir o conteúdo previsto na Proposta Curricular sem deixar de atender às especificidades de sua turma, que em geral, é composta por muitos alunos com defasagem na aprendizagem dos conteúdos tanto da Matemática como da Língua Portuguesa.

A nosso ver, existem duas barreiras importantes que dificultam a concretização de um processo de ensino e aprendizagem em Matemática, nesta fase da escolaridade, quais sejam:

1) A prática pedagógica no ensino desta disciplina decorre da cultura tradicional do ensino de Matemática, que se apresenta mais preocupada com o cumprimento de programas curriculares, que

priorizam a quantidade de conteúdos, do que com o desenvolvimento de competências matemáticas para a democracia e cidadania.

2) A prática pedagógica nos primeiros anos escolares tem priorizado os processos de aquisição da leitura e da escrita em detrimento da Matemática, que relegada a segundo plano, como se não fosse componente fundamental da alfabetização, é tratada desligada das demais disciplinas e até mesmo da Língua Materna (MIGUEL, 2007).

Concordamos que as práticas de leitura e escrita são essenciais na elaboração conceitual em Matemática, mas entendemos que o enfrentamento dos problemas supracitados passa por um trabalho pedagógico que, pense a Matemática de forma que possa propiciar a aprendizagem também na Língua Materna; que realize a aproximação entre Língua Materna e Matemática por meio da Resolução de Problemas; que situe, portanto, o papel da Matemática no contexto de apropriação dos processos de leitura e escrita e que pense a comunicação nas aulas de Matemática de modo a conduzir a superação de posturas didáticas que afastam e alienam o conhecimento matemático das crianças (NACARATO et al., 2009).

Segundo Miguel (2007), o ensino da Matemática que toma a Resolução de Problemas como perspectiva metodológica, pode auxiliar diretamente o processo de alfabetização, pois esta metodologia envolve elementos que, em geral, são poucos aproveitados na maneira tradicional de ensinar a Matemática, tais como a escrita, a leitura, a criatividade e a comunicação. Um trabalho assim realizado pode contribuir para os processos de alfabetização e letramento e ainda ao mesmo tempo elevar o

conhecimento matemático do aluno. Essa ideia vai ao encontro do que afirmou a Professora TAP sobre a necessidade de realizar a articulação entre os conteúdos da Língua Materna e os da Matemática:

> *Na Língua Portuguesa a gente trabalha a leitura, interpretação e produção; e na Matemática a gente precisa desses três, e ainda mais o conhecimento das operações e construções, o que exige mais do professor. A Língua Portuguesa o professor consegue atrelar com a Matemática, trabalhando a leitura e a interpretação. Através da Matemática a gente consegue trabalhar a Língua Portuguesa* (Professora TAP).

Desenvolver práticas pedagógicas que assumam a Matemática como componente de alfabetização, requer a criação de um ambiente de aprendizagem que se constitua em um espaço, para a atividade intelectual em Matemática mediada pelo diálogo e pela leitura e escrita, em que a comunicação e a produção de significados sejam centrais. Trata-se de organizar um ensino que supere as aulas tradicionais de Matemática, promovendo um ambiente de comunicação, de argumentação e de produção de textos, no qual, o professor faz perguntas e encoraja o aluno não só a pensar, mas também a expressar-se matematicamente. Neste ambiente, mediado pela atividade de ensino, a criança pode desenvolver o cálculo mental e registrar suas hipóteses em um movimento entre o oral e o escrito.

A relação concreto-abstrato face aos recursos didáticos utilizados

Segundo Fiorentini e Miorim (1990), as dificuldades enfrentadas por alunos e professores no ensino e aprendizagem da Matemática têm despertado o interesse dos professores pelos materiais didáticos e pelos jogos, porém eles, nem sempre compreendem as razões fundamentais que

justificam o seu uso e por isso acreditam que tais materiais podem ser a solução - a fórmula mágica - para os problemas que enfrentam na sala de aula. Para Nacarato (2005), parece ter se propagado entre os professores polivalentes um discurso que enaltece a importância de se trabalhar com o 'concreto', para se ensinar Matemática.

Quando indagados sobre qual a melhor maneira para se aprender Matemática, os depoimentos dos professores revelaram que, a maioria destes docentes acredita que o aluno aprende Matemática observando, prestando atenção à explicação do professor e "fazendo"; estes professores atribuem importância à utilização de materiais didáticos como apoio à atividade cognitiva do aluno e a formação de conceitos matemáticos. Há uma crença muito clara por parte da maioria dos professores de que é preciso partir do "material concreto" para ensinar Matemática.

Existe a convergência nestes depoimentos de que o concreto refere-se a objetos que representam ideias matemáticas, que o aluno pode manipular, manusear, visualizar, sentir, como mostra o depoimento da Professora ALF: *"o concreto é aquele material que é palpável, que se pode pegar",* o que também pode ser inferido nos outros depoimentos a seguir apresentados.

Para a Professora NER, a criança aprende Matemática primeiro prestando atenção à explicação oral feita pelo professor e depois usando o "concreto".

> *Eu acho importante primeiro que durante a explicação do conteúdo os alunos permaneçam sentados e prestando atenção ao conteúdo para depois usar isso em debates, em discussões, no concreto. Eu entendo que concreto é ter um material, que não o livro, que a gente pode estar manipulando. Eu trabalho com o material dourado, com notas de dinheiro, e o desenho. Já*

*para trabalhar medidas, o máximo que eu uso é a régua do metro, às vezes uso o barbante para medir (*Professora NER).

Esta ideia converge com o depoimento da Professora MAK: "*A criança aprende a Matemática observando a explicação, perguntando e fazendo. Ou posso usar também o material concreto: Um jogo, para ensinar fração, o material dourado, para ensinar unidade, dezena, centena e milhar* (Professora MAK).

Para a Professora TAP, o aluno aprende Matemática vivenciando e utilizando o material manipulativo. Primeiro o aluno manuseia materiais manipulativos para depois construir o conceito.

> *A criança aprende a Matemática vivenciando e utilizando. É assim: a criança vivencia para poder compreender. Vivenciar é utilizar o material manipulativo, manuseando, até conseguir relacionar com algo mais abstrato. Por exemplo, para aprender o Perímetro, a gente utilizou a régua, os palitos de picolé, a fita métrica, os palmos, para medir mesas menores, mesas maiores, objetos da sala de aula, sem que eles soubessem que se tratava do Perímetro, para depois introduzir o termo e o conceito de Perímetro e trabalhar no caderno* (Professora TAP).

Para a Professora NAV, o aluno aprende Matemática pela vivência, isto é, utilizando situações do cotidiano do aluno, pela prática e pela experimentação*:*

> *Penso que a vivência, a prática e o experimento sejam as melhores maneiras de aprender, mas diante da quantidade de conteúdos e do pouco tempo para a produção de materiais concretos, nem sempre esta prática é realizada. Tento sempre apresentar uma situação do cotidiano para exemplificar o conteúdo abordado* (Professora NAV).

Estes depoimentos expressam algumas ideias voltadas ao ensino tradicional e a um ensino que pondera as situações do dia a dia da criança. Percebemos nitidamente o predomínio de uma visão de ensino que, considera que o conceito matemático é apropriado a partir da experiência e da ação do sujeito sobre o objeto. Isso, de acordo com Davydov (1988), é próprio do ensino que proporciona a apropriação apenas de significações externas, adquiridas por meio da observação direta do contexto cotidiano do qual a criança já tem contato mesmo antes de entrar na escola. Trata-se do caráter utilitário e empírico do conceito que terá como consequência o desenvolvimento do pensamento empírico no estudante.

Tomando por base os estudos de Fiorentini (1995) sobre as tendências em Educação Matemática é possível dizer que as tendências para o ensino da Matemática denominadas Empírico-Ativista e Construtivista, podem ter contribuído para a formação do discurso destes professores sobre o ensino desta disciplina.

A tendência *Empírico-Ativista* de ensino da Matemática surgiu no país, a partir da década de 20, em decorrência do movimento da Escola Nova. Nesta concepção o aluno passa a ser um sujeito ativo considerado o centro das aprendizagens, e o docente assume a função de orientador e facilitador destas aprendizagens. É característica desta tendência, entre outras, acreditar que o aluno "aprende fazendo", assim, prioriza como prática de ensino métodos que sugerem o desenvolvimento de atividades, em pequenos grupos utilizando como ferramenta pedagógica os jogos, muitos materiais manipulativos (visuais e táteis) e outras atividades lúdicas e/ou experimentais com o intuito de possibilitar aos alunos a descoberta e Redescoberta dos conceitos matemáticos, por meio de situações vivenciadas.

Por sua vez, a tendência *Construtivista* que se fortaleceu no Brasil na década de 80 influenciou fortemente as propostas curriculares e, por consequência, os materiais didáticos destinados como apoio ao trabalho do professor. Tecida a partir de contribuições da psicologia cognitivista, a tendência *Construtivista* apregoou que a Matemática é um “constructo que resulta da interação dinâmica do homem com o meio que o circunda” (FIORENTINI, 1995, p.20). Assim os conceitos matemáticos são apreendidos por meio da abstração reflexiva feita interativamente/operativamente pela mente à medida em que, a criança constrói relações entre objetos, ações ou ideias já construídas, isto é, o conhecimento é construído pelo sujeito que age sobre o objeto percebido, interagindo com ele, sendo as trocas sociais condições necessárias para o desenvolvimento do pensamento.

O Professor UDE manifestou uma posição diferente dos demais depoentes. Para ele não existe uma maneira correta para se promover a aprendizagem matemática do aluno:

> *Não existe uma maneira correta. Cada aluno aprende de um jeito e a melhor maneira é aquela que ele entende. Se for preciso imitar um macaco na frente dos alunos e a criança entender, então essa é a melhor maneira. O jogo também ajuda a aprender, por mais que o professor ache que ele sabe tudo, às vezes ele não é capaz de ensinar, e um coleguinha sentado um do lado do outro, na simplicidade da fala dele, ensina mais do que o professor tentou ensinar* (Professor UDE).

Chama-nos a atenção neste depoimento a afirmação de que *“não existe uma maneira correta”*. No sentido vigotskiano, “[...] o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer” (VYGOTSKY, 1989, p. 101). Embora

neste depoimento o professor diga que cada aluno tem um jeito próprio de aprender e que o ensino do professor deve atender à necessidade desta aprendizagem, esta pesquisa revela que a prática pedagógica deste professor está alicerçada em uma visão de ensino que considera que aluno aprende a Matemática "ouvindo, vendo e prestando atenção", onde o professor ocupa papel principal. No período da observação de suas aulas, este professor como já mencionado na análise dos dados desta pesquisa, preferiu ensinar por meio da oralidade convidando os próprios alunos para fazerem algumas encenações, que os ajudassem a visualizarem os conceitos matemáticos. Neste período ele não recorreu ao uso de materiais manipulativos.

A partir do entendimento posto por Fiorentini e Miorim (1990) de que por trás de cada material se esconde uma visão de Educação, de Matemática, de homem e de mundo e que estas definem as decisões pedagógicas do professor, indagamos aos docentes, colaboradores deste estudo, sobre os recursos didáticos que utilizam para ensinar a Matemática. A esse respeito assim responderam: "*Eu utilizo a lousa, o giz, o livro didático, o ábaco, o material dourado, os sólidos geométricos e as aulas na Informática. Construímos o cubo a partir da planificação. Trabalhei em duplas dominós da adição e da subtração.* (Professora ALF). *"Além do giz e da lousa, eu uso o material dourado, o ábaco, o material de Matemática apostilado (AM), o livro didático, a folha de sulfite para, por exemplo, montar o Tangram e para trabalhar ângulo, Internet, aulas de Informática, porque tem provinhas e atividades de Matemática* (Professora MAK). *"Eu uso o livro didático. Às vezes eu trabalho com o material dourado, com o ábaco (Professora NER).* Ainda a sobre esse assunto, o Professor UDE e a Professora TAP responderam:

> *Eu uso o projetor multimídia e a Informática, como recurso para trabalhar a Matemática. Uso o projetor multimídia para trabalhar a Geometria porque ele facilita para o professor mostrar as formas geométricas e os conceitos que estamos explorando. Por mais tecnologia que temos à disposição, quem vai fazer a diferença é o professor* (Professor UDE).

> *Eu usei o ábaco para trabalhar a questão das ordens e dos valores, não trabalhei a questão das trocas, apenas a composição dos números. Eu uso a lousa, o giz, o livro didático, o AM, a régua, o barbante, palitos de picolé e fita métrica. Na sala de aula não usei tecnologias, apenas na sala de Informática* (Professora TAP).

Vê-se que a maioria dos entrevistados considera o concreto como sinônimo de manipulável, não percebendo que é possível pensar em outras dimensões de concretude. Por exemplo, um gráfico, um texto ou uma tabela são registros simbólicos, mas as informações neles contidas podem se constituir em aporte para o estabelecimento de relações ou para formulação de um novo conceito ou ideia matemática, permitindo a transferência para uma situação nova, mas que guarda relação com a primeira.

Essa visão do ensino resulta das tendências pedagógicas inspiradas no construtivismo, que a partir da década de 80 influenciou as propostas curriculares brasileiras e os materiais didáticos destinados como apoio ao trabalho do professor (FIORENTINI, 1995). Nesta visão, os conceitos matemáticos são construídos pelo sujeito que age sobre o objeto percebido, interagindo com ele, sendo as trocas sociais condições necessárias para o desenvolvimento do pensamento, como já dito neste texto.

É o que parece indicar, nas entrelinhas, os depoimentos da Professora NAV e do Professor GAW, que chamam à atenção para a

atividade do aluno, inclusive estabelecendo a importância de que ele construa o seu próprio material:

> *Eu utilizo jogos, oficinas, dinheiro simbólico e recursos tecnológicos: os jogos disponíveis na Informática, pesquisas do conteúdo, do conceito, da construção de fórmulas, isto é, o processo que vem antes – a etapa anterior. Na sala de aula o recurso maior é a lousa, o giz e o livro didático. Para trabalhar as medidas utilizei a dobra do papel sulfite. Para trabalhar frações utilizei a cartolina. Cada aluno manipulou o seu material – cada um fez o seu. (Professora NAV).*

> *Eu uso muito o projetor, folhas prontas que contém a figura planificada; uso compasso, transferidor e a régua geométrica, o ábaco, o material dourado, os sólidos geométricos, a escala de Cuisenaire, o Tangram. O livro didático eu não uso muito, porque ele introduz, por exemplo, os Números Decimais pelo material dourado. Eu uso o material dourado para trabalhar exclusivamente as quatro operações básicas. Não uso para ensinar as frações, nem os decimais, porque já é bem mais complicado (Professor GAW).*

Sobre o uso dos recursos didáticos para o ensino da Matemática, não há convergência entre estes depoimentos e o percebido na observação das aulas destes professores, realizada por meio desta pesquisadora. Embora os depoimentos supracitados mostrem que há uma crença por parte dos professores de que é preciso partir do material concreto para ensinar Matemática, a observação das suas aulas revelou que, ao ensinar a Matemática, eles esporadicamente recorreram àqueles materiais manipulativos, que denominam de "material concreto". Há também ausência de dinheiro simbólico, pois estes docentes consideram que as crianças de 4.º e 5.º ano já tem o conhecimento suficiente das notas e seus valores.

Nas aulas observadas, a maioria dos professores não utilizou esses materiais, salvo algumas exceções: As Professoras IRDA, TAP, NER realizaram algumas ações com réguas, fitas métricas, barbantes; a Professora IRDA e a Professora TAP nestas intervenções possibilitaram aos alunos o manuseio de tais materiais, porém a Professora NER limitou o uso do material à demonstração. A Professora IRDA usou em uma aula o ábaco para demonstrar conceitos relacionados ao Sistema de Numeração Decimal, mas a manipulação ficou restrita à professora e não foi estendida aos alunos; a Professora NER usou o ábaco e o material dourado apenas para demonstrar os Números Decimais e os alunos não manusearam o material. A Professora NAV em uma das aulas, usou o vídeo para ensinar frações, porém, aos alunos coube apenas assisti-lo passivamente.

Vale dizer que nas aulas em que a Professora IRDA e a Professora TAP distribuíram placas da centena do material dourado para que os alunos a desenhassem no caderno e marcassem o centésimo, bem como, nas aulas em elas propuseram o uso de materiais manipulativos para as atividades de medição, houve maior interesse e participação dos alunos. Nestas aulas, o ambiente das salas ficou mais barulhento e as cadeiras deixaram sua costumeira organização por fileiras, as crianças envolveram-se em realizar tentativas de medição com réguas, fita métrica e palmos, fazendo e refazendo a atividade com a ajuda uns dos outros e da professora (Caderno de Campo, 16-10-14).

Algumas justificativas são apresentadas por estes professores sobre o esporádico uso de material manipulativo e jogos: Trabalhar com esse tipo de material exige mais tempo o que inviabiliza a conclusão do ensino dos conteúdos previstos no Programa Curricular; as avaliações externas exigem um trabalho mais urgente e focado nos descritores; há despreparo do professor; não há material suficiente para todos os alunos da sala

manusearem. Vejamos seus depoimentos: "*Utilizei maneiras lúdicas e o concreto até a metade do ano, mas quando eu olho para a quantidade de conteúdo a ser trabalhado, chega o momento da correria com o conteúdo! Então deixo de lado estas estratégias e passo a me dedicar a técnica* (Professora IRDA). "*Não consigo cumprir o Programa porque ensino utilizando materiais manipulativos, explorando o pensamento das crianças, o que demora mais. Com isso, os conteúdos mais do final do ano, quando dá tempo, acabam sendo trabalhados superficialmente* (Professora TAP).

Podemos observar que a preocupação com o cumprimento dos programas de ensino e com as avaliações externas são muito presentes no discurso dos professores. Eles se sentem pressionados a ponto de abandonarem as convicções que professam em nome da garantia de atendimento destas demandas. Ainda que se argumente que os gestores não exercem tanta pressão sobre os docentes, o fato é que isso marca e determina a forma de encaminhamento do trabalho pedagógico. Veja especificamente este depoimento: "*eu não trabalhei com materiais concretos, porque eu estava trabalhando os elementos da Avaliação Externa que a minha turma ia participar. Terminada a avaliação, eu voltei a trabalhar com os jogos, com os atendimentos individualizados, etc.* (Professora ALF).

Também a questão do despreparo do professor para lidar com alguns materiais didáticos fica demonstrado nos depoimentos a seguir: "*Quando me pedem para trabalhar com o material dourado e com o ábaco eu acho mais difícil, porque eu não tive uma formação para trabalhar com estes materiais. Eu não gosto de aventurar, prefiro trabalhar com aquilo que me dá segurança (Professora NER). "Eu aprendi na UNESP a trabalhar com o material dourado nas quatro operações básicas, mas não sei ensinar os Números Decimais via material dourado! Faz falta esse aprofundamento no momento da formação inicial do professor* (Professor GAW).

Além da questão da formação para ensino de Matemática nos cursos de Pedagogia, marcada pela exígua carga horária destinada à Metodologia e à Prática de Ensino de Matemática, a Professora NER e o Professor WAG também dizem sobre a insuficiência de material didático na escola: *"A escola é bem precária em materiais para medir. Por exemplo, não temos trena, fita métrica e balança"* (Professora NER); "*Aqui na escola temos mais ou menos umas dez caixas de material dourado, quando o ideal seria uma caixa para cada aluno"* (Professor GAW).

Se por um lado a falta de um número maior de caixas de material dourado e de material para medição limita o trabalho pedagógico destes professores, por outro, pode contribui para mascarar, a nosso ver, uma concepção de ensino e de aprendizagem fortemente caracterizada pela crença de aprendizagem individualizada, repetitiva e memorística. Embora o discurso dos professores fale em construção e apropriação do conhecimento matemático por parte das crianças, por vezes, oculta também o temor pela perda do controle da turma: na cultura escolar tradicional, o bom professor é o que mantém a turma trabalhando em silêncio.

A análise destes dados coletados por meio da entrevista e da observação das aulas dos professores colaboradores deste estudo mostra que por trás do discurso esconde-se outra prática; há, pois, uma distância entre a teoria e a prática. O que se consolida na prática pedagógica destes docentes é um ensino centrado no professor e no conteúdo, que desconsidera o uso destes materiais, por vários motivos por eles acima elencados. Esta pesquisa mostra que nas práticas pedagógicas observadas utiliza-se como recurso didático, quase que exclusivamente, o giz, a lousa, as folhas avulsas impressas e o livro didático. O processo de ensino é mecânico, com pouco sentido e com o predomínio de regras.

A utilização do material manipulativo é um assunto complexo na escola porque, em geral, os professores não compreendem que a elaboração conceitual, o conceito em si, não está no material, mas na coordenação das ações, visto que "os significados das coisas do mundo não se encontram nos objetos, nem no sujeito, mas são construídos pelas relações estabelecidas pelo homem ao estar com-os-objetos e com-os-outros" (DANYLUK, 2015, p. 28). A formação dos conceitos é efetivamente uma ação mediada que se interioriza em pensamento a partir das interações sociais estabelecidas.

Para Leontiev (1978, 2014, p. 30) é um equívoco pensar que "quando no campo da consciência do aluno aparece algum objeto, isto baste para que tome consciência de tudo o que este objeto contém realmente". Para o autor a finalidade psicológica do uso do material didático é "servir de apoio externo às ações internas que a criança efetua sob a direção do mestre durante o processo de assimilação dos conhecimentos. Por si mesmo, esse tipo de material tampouco é objeto direto das ações de aprendizagem da criança" (LEONTIEV, 1978, 2014, p. 28).

No uso do material manipulativo, o professor pode dirigir os alunos expondo-lhes os fins de aprendizagem, organizando sua atividade, de modo que o aluno não se distraia para outros traços do conteúdo, que não aqueles que se deseja serem conscientizados. Neste sentido, para Leontiev (1978, 2014), a introdução do material didático no ensino leva em conta indiscutivelmente dois momentos psicológicos: que papel concreto cumpre o material didático na assimilação e, em que relação se encontra o conteúdo objetivo de tal material com o objeto de que se deve tomar consciência.

Concordamos com Nacarato (2005) que "Nenhum material didático – manipulável ou de outra natureza – constitui a salvação para a melhoria do ensino de Matemática. Sua eficácia ou não dependerá da forma como o mesmo for utilizado" (NACARATO, 2005, p. 5). Considerando que ao aluno deve ser dado o direito de aprender, Fiorentini e Miorim (1990) recomendam ao professor que usem todos os recursos disponíveis para ensinar a Matemática, dentre eles, estão o material e o jogo como possibilitadores de aprendizagem, contudo, salientam que "O professor não pode subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente ou lúdico. Nenhum material é válido por si só. Os materiais e seu emprego sempre devem estar em segundo plano (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 6).

Para estes estudiosos, haverá momentos em que o mais importante pode não ser o material, mas sim a discussão e resolução de uma situação-problema ligada ao contexto do aluno, ou ainda, a discussão e utilização de um raciocínio mais abstrato. O material não pode ser considerado um fim e sim um meio para ensinar os conceitos matemáticos.

Convém salientar que neste estudo consideramos o concreto para além de materiais manipuláveis, por exemplo, um gráfico publicado em um jornal pode ser considerado algo concreto. Defendemos que não há separação entre concreto e abstrato; tais instâncias do pensamento se complementam dialeticamente, pois segundo Miguel (2007),

> [...] restringir a Matemática ao concreto ou a mera aplicação à realidade é um equívoco, uma vez que a Matemática como construção humana se abstrai de tal forma que no mundo contemporâneo, coloca problemas que ultrapassam a mera abordagem do real. Da mesma forma, resvalar os fatos matemáticos a formulações e abstrações

> significa distanciá-los do nível de desenvolvimento cognitivo das crianças (MIGUEL, 2007, p. 424).

Como já dito neste estudo, Vigotsky (2000) considera que existe um processo único de formação de conceitos em que, o processo de desenvolvimento dos conceitos científicos nas condições de um sistema organizado, descende ao concreto, ao fenômeno, ao passo que a tendência do desenvolvimento dos conceitos espontâneos se verifica fora do sistema, ascendendo para as generalizações. Este movimento não se dá de maneira linear, mas em espiral, num movimento dialético: um conceito espontâneo elementar, com sua origem imbuída de experiência, abre caminho, na Zona de Desenvolvimento Proximal, para o desenvolvimento do conceito científico que, alcançando seu ponto forte, que é o nível de abstração e generalização, torna-se fraco e transforma-se em um conceito espontâneo forte, já não tão rudimentar, mas de certa forma mais elevado; e isto ocorre sucessivamente até chegar à formação dos verdadeiros conceitos (VIGOTSKY, 2000).

Há, pois, uma interdependência entre conceitos científicos e espontâneos, eles se desenvolvem em direções opostas, mas são processos intimamente relacionados, pois, para apropriar-se de um conceito científico, é necessário que a criança já tenha desenvolvido um conceito espontâneo correlato. Os conceitos espontâneos aparecem desde a mais tenra idade da criança com a sua inserção no mundo da cultura e por sua necessidade de interação com os objetos e com as pessoas do seu entorno.

Na convivência com o que é produzido historicamente pela sociedade, surge a necessidade de primeiro nomear as coisas para depois significá-las. Neste contexto, as significações são produzidas pela ação do outro mais experiente, cujo papel é de extrema importância para o processo

de apropriação dos conceitos científicos pela criança. No decorrer de suas ações, no mundo humanizado, ocorre o distanciamento dos objetos, há um pensar por meio dos conceitos e não pelo próprio objeto. Na escola, em ação formalizada, os conceitos espontâneos são transformados em científicos, por meio da linguagem e da ação sistematizada do outro.

No percurso de aprendizagem da Matemática é importante que o aluno abandone gradativamente o objeto concreto e chegue às abstrações sobre ele em sua ausência, logrando níveis mais elevados de generalidade com o progresso da escolaridade, conforme preconiza a perspectiva vigotskiana.

Jogos e atividades lúdicas no ensino de Matemática

Embora os jogos e as atividades lúdicas não se constituam assunto principal de interesse desta obra, eles não podem ser omitidos em um estudo sobre a prática pedagógica de professores que ensinam a matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Nesta categoria de análise a nossa intenção é fazer alguns necessários apontamentos considerando a importância que tem sido dada a esses recursos didáticos em vários estudos tais como os de Piaget, Kamii e Devries, Leontiev, Vygotski, Kishimoto, Grando, dentre outros.

O jogo tem sido considerado por estes pesquisadores como importante ferramenta ao processo de ensino e aprendizagem escolar. Estes autores justificam a inserção de jogos nas práticas pedagógicas e, em concordância, os Parâmetros Curriculares que já recomendavam que "é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que se deseja desenvolver" (BRASIL, 1997, p. 39).

Sem desconsiderar que o jogo tem outros valores, neste estudo, a respeito do jogo nas aulas de Matemática, concordamos com Moura (1992), que o trabalho com jogos no ensino da Matemática deve estar impregnado de intencionalidade por parte do educador. "O jogo pelo jogo" não basta para promover aprendizagem, a finalidade da intervenção com jogos deve ser a formação de um novo conceito científico, que se pretende sistematizar ou a fixação de um conceito já trabalhado, porém, tendo-se o cuidado de não destruir sua natureza lúdica.

Neste sentido, o jogo é concebido como uma ferramenta pedagógica que pode possibilitar a formação dos conceitos científicos no escolar. Ao escolher um jogo para realizar uma intervenção pedagógica, o professor deve ter clara a intencionalidade de sua ação, que decorre, como já dito neste estudo, de uma visão de Educação, de Matemática, de homem e de mundo (FIORENTINI; MIORIM, 1990). Segundo Moura (1992, p. 48), tal visão deve considerar primordial a "interação como fator de desenvolvimento e as ideias de que o conhecimento evolui, de que o ensino deve ser lúdico e de que o objetivo final é o conceito científico".

De uma maneira geral, em seus depoimentos os professores, colaboradores deste estudo, atribuem importância aos jogos como ferramenta para o ensino da Matemática. Quando indagados sobre essa temática, assim responderam: "*Eu acho o jogo importante*" (Professor GAW)*; Eu acho que o jogo é primordial para ensinar a Matemática. Tem que ser bastante trabalhado o jogo no ensino da Matemática*" (Professora IRDA).

A Professora ALF atribui importância ao jogo e entende-o como um recurso que possibilita a introdução de um conceito: *"eu tenho a consciência de que é muito importante o uso dos materiais manipulativos e dos jogos, pois é a partir daí que a criança vai se interessar e aprender o conceito matemático"* (Professora ALF). Já o Professor UDE concebe o jogo como

uma ferramenta para fixar conceitos, isto é, um instrumento, que se utiliza posteriormente ao ensino de um conceito, funcionando também como recompensa, como um prêmio: "*O jogo é um material muito bom porque ele serve para fixar o conteúdo e, além de ser lúdico, acaba funcionando como um prêmio, porque os alunos querem terminar a atividade para poder jogar*" (Professor UDE).

A Professora NER e a Professora IRDA afirmaram que gostam de trabalhar com jogos no momento da recreação: "*Eu gosto do jogo, mas não na aula de Matemática. Na aula de recreação aí então eu gosto de dar os Jogos Matemáticos*" (Professora NER); "*Nós trabalhamos os jogos na aula de recreação*" (Professora IRDA).

Esta visão sobre o jogo é decorrente de uma ideia que concebe o jogo como brincadeira, como algo não sério e útil, e não como atividade de ensino, e vendo a sala de aula como um lugar de trabalho, de esforço e de constantes aprendizagens, remetem o jogo aos momentos de recreação, num ambiente fora da sala de aula, o pátio - o lugar das brincadeiras, da recreação, do não sério.

Com exceção destas professoras, todos os demais depoentes afirmaram trabalhar com jogos nas aulas de Matemática: "*eu utilizo o jogo de acordo com o objetivo, por exemplo, o Dominó da tabuada, o Jogo de quadrinhos e o Xadrez para trabalhar a concentração da criança*" (Professor UDE); "*Eu uso os jogos que têm aqui na escola, de fração, Dominó de multiplicação, de divisão e de subtração*" (Professora MAK). Também o Professor GAW afirmou: "*No começo do ano eu trabalhei com alguns jogos: O dara, o dominó das quatro operações. Esses jogos ajudam bastante depois na resolução das situações-problema*" (Professor GAW).

Neste sentido, informaram quais são os jogos que as escolas em que trabalham disponibilizam em quantidade suficiente para atender, ao mesmo tempo, todos os alunos da turma: "*aqui na escola nós temos alguns jogos disponíveis, como a Torre de Hanói, o Jogo de Xadrez, o Dominó de Tabuada"* (Professor UDE); "*Aqui na escola tem jogos de Damas; jogos de Xadrez; Jogos de Dominós que envolvem as quatro operações básicas da Matemática, que são em quantidade suficiente para trabalhar com todos os meus alunos* (Professora IRDA); "*Nós trabalhamos com os jogos: Bingo das frações; Desafio de tabuada; Desafio Matemático, Trilha, Jogo de corrida. Esses jogos estão sendo trabalhados mais no final do ano, porque já está mais tranquilo o trabalho por aqui"* (Professora NAV).

Em semelhança à analise já realizada neste estudo sobre o uso de materiais manipulativos, a observação das aulas destes professores realizada durante a pesquisa ora apresentada, revela que, no período observado, há ausência do uso de jogos como recurso didático para ensinar a Matemática. Embora em seus discursos, esses professores considerem os jogos como instrumento lúdico e capaz de ajudar na formação de conceitos matemáticos, na sala de aula acontece outra prática.

Tal ausência, segundo os professores, está atrelada às dificuldades que enfrentam para trabalharem com jogos nas aulas de Matemática, tais como: a quantidade insuficiente de jogos para trabalhar com toda a turma concomitantemente; o despreparo do professor para trabalhar com jogos; a falta de condições de trabalho; a dispersão da turma; a falta de tempo. Vejamos os depoimentos: "*Eu não tenho à disposição material para todos os alunos individualmente e nem para certa quantidade de grupos, por exemplo, eu não tenho material suficiente para 6 grupos" (*Professora NER); "*Eu tenho a consciência de que tenho que trabalhar muito mais isso, mas eu não sei trabalhar com jogos"* (Professora ALF); "*Eu não trabalhei o jogo, porque para*

isso precisamos de espaço e a gente não pode sair da sala, porque atrapalha as outras salas de aula" (Professora TAP); "*Eu gosto de dar os Jogos Matemáticos, mas não na sala de aula quando eu estou dando os conteúdos de Matemática, porque eu vou ter necessariamente que agrupar acho que vai haver bagunça e dispersão"* (Professora NER); "*No 5.º ano a dificuldade que eu tive com o jogo é a falta de tempo, porque o volume de conteúdo e de avaliações é grande. Acrescenta-se a isso a rotina da escola (transporte, projetos). Isso não permite que sobre tempo para os jogos"* (Professora NAV).

Vemos aqui que os docentes consideram o jogo como algo relevante no desenvolvimento do aluno, mas entendem que a apresentação dos conteúdos na forma escolarizada é aspecto que não pode ser negligenciado em hipótese alguma. Parece que as demais atividades escolares, dentre elas os jogos com finalidade didática, devem ser feitas somente se houver tempo de sobra, em caráter eventual. Tal percepção reflete uma cultura escolar fortemente enraizada na prática pedagógica destes docentes desde o seu próprio processo de alfabetização e que os cursos de formação não têm conseguido desmistificar.

Em uma prática pedagógica inspirada nos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural, que considera que o sujeito aprende e se desenvolve nas interações que estabelece com o outro e com os objetos culturais, quando se encontra em atividade, o jogo ganha papel importante por ser uma ferramenta que possibilita tais interações; além disso, o jogo possibilita a exploração do objeto e dos seus significados e, por meio deste recurso didático, a criança, ao jogar, pode abstrair conceitos matemáticos e chegar à Representação. Entretanto, o conceito matemático não está no jogo em si, mas nas relações que o aluno estabelece, daí que a aprendizagem procede da intencionalidade do professor ao propor a atividade.

Neste processo a mediação do professor e do(s) aluno(s) com quem se joga assume papel fundamental, pois as possibilidades de aprendizagem se dão primeiro de maneira interpsíquica, mas no decorrer do jogo, à medida em que ocorrem os processos de compartilhamento e negociação de significados, vão se tornando algo interno ao aluno, algo intrapsíquico. Assim, o jogo abre uma Zona de Desenvolvimento Proximal - um espaço onde ocorrem os processos de elaboração compartilhada, pois envolve a participação do outro. É neste processo que novas funções psicológicas superiores são elaboradas e novos conhecimentos são apropriados.

Uso das tecnologias para ensinar Matemática

Os alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental nasceram em uma sociedade tecnológica e já estão inseridos em um mundo digital. Eles chegam à escola já sabendo mexer em *tablets*, celulares e computadores. Neste sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática (1997), já orientavam que a escola incorporasse ao seu trabalho, apoiado na oralidade e na escrita, outras formas de comunicar e conhecer, levando-se em consideração o uso das Tecnologias da Informação (calculadoras e computadores).

Este Documento recomenda o uso da calculadora e do computador como importantes recursos didáticos facilitadores da aprendizagem matemática. Neste sentido, orienta que o professor que ensina a Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental use amplamente essas possibilidades, o que requer que ele conheça, analise e escolha *softwares* educacionais em função dos objetivos de aprendizagem que pretende que seus alunos alcancem (BRASIL, 1997).

Para compreender a visão dos professores investigados sobre o uso destas ferramentas didáticas em sua prática pedagógica, no trabalho com a Resolução de Problemas matemáticos, indagamos-lhes especificamente a respeito do uso das calculadoras e dos computadores para ensinar a Matemática.

Sobre o uso da calculadora, os depoimentos dos professores mostram que este tema ainda se revela atual e controverso, tal como já pontuava os estudos desenvolvidos por Selva e Borba (2010). Alguns destes professores se mostraram totalmente contrários ao uso desta ferramenta; outros se posicionaram a favor, desde que atendesse a algumas restrições.

As Professoras IRDA e NER são totalmente contra o uso da calculadora nesta fase da escolaridade, porque a consideram prejudicial à aprendizagem das técnicas operatórias que, na visão das entrevistadas, se constitui o objetivo principal do ensino da Aritmética. Quando indagadas a esse respeito, assim responderam:

> *Eu nunca fui a favor do uso deste recurso. O uso da calculadora desestimula a turma a querer aprender a tabuada, a calcular e isso traz dificuldades para o meu trabalho e para a aprendizagem das crianças. Nesta escola, eu nunca toquei no assunto de trabalhar com calculadora. Aqui o nosso objetivo é incentivar o aluno a realizar o cálculo, a conhecer a tabuada, a saber "emprestar"* (Professora IRDA).

A Professora IRDA se mostrou muito segura em suas convicções. Percebemos assim que a mesma considera o procedimento algorítmico como importante para a formulação do raciocínio aritmético. A docente NER também se preocupa com a questão da compreensão e do seu pensamento ficou claro que tem a exata noção de que se o uso da calculadora for mecânico, as crianças não se apropriarão, efetivamente, do

fato matemático. De certo modo, parece dizer que a missão da escola é ensinar a pensar.

> *Acho péssimo quando o livro didático propõe o trabalho com a calculadora, porque o nosso objetivo com o ensino da Matemática é fazer com que os alunos entendam e consigam fazer uma operação matemática. Mas como a calculadora vai ajudá-los a entender uma divisão que pode dar 3,333333? Além disso, escola não dispõe de calculadoras para fins didáticos* (Professora NER).

Embora a Professora NAV conceba a calculadora como um instrumento que deve ser evitado nas aulas de Matemática, ela faz algumas concessões para atender à proposta do livro didático. A esse respeito salientou:

> *Na sala de aula nós não utilizamos a calculadora e a evitamos ao máximo. O que oriento aos alunos é que depois que fizerem a tarefa, façam o cálculo na calculadora, para confirmarem se o resultado está certo ou errado. Como o livro didático do Dante propõe o trabalho com calculadora, em uma aula específica nós utilizamos para eles conhecerem aquelas teclas diferentes e foi só nesta aula. Nós temos o problema que na escola não tem calculadora para esse fim* (Professora NAV*).*

A Professora TAP concorda com o uso da calculadora como recurso didático no ensino da Matemática, porém explicou, que tal uso deve ser feito depois que a criança já aprendeu os procedimentos algorítmicos. Em semelhança, o Professor UDE também entende que a criança pode usar a calculadora, mas ela precisa saber fazer o caminho que se percorreu para chegar ao resultado da Operação Aritmética. Vale dizer que em seu depoimento o Professor UDE se reporta ao uso desta ferramenta no passado, indicando que atualmente não utiliza tal recurso.

Estas ideias ficam explicitadas nos seguintes depoimentos: "*Eu acho que a calculadora deveria ser usada, mas desde que a criança antes saiba realizar a técnica operatória. Não existe na escola destinada ao uso dos alunos*" (Professora TAP)*; "Eu já usei, é excelente! Porém depende muito da sala. Para usar a calculadora a criança deve fazer o caminho, porque a calculadora não dá esse caminho, ela só te dá uma resposta pronta"* (Professor UDE).

A partir destes depoimentos, é possível perceber que a maioria dos entrevistados concorda que as crianças não devem ser expostas ao uso da calculadora antes que dominem as operações aritméticas; reconhecem que não têm feito uso sistemático deste recurso na sala de aula e indicam que as escolas não possuem calculadoras para fins didáticos. A ausência deste material didático é constatada na caracterização das escolas onde estes profissionais atuam, já mencionada nesta pesquisa.

Essas ideias remetem aos estudos de Brocardo e Serrazina (2008) sobre o lugar que o ensino do algoritmo deve ocupar no currículo, em uma sociedade tecnológica. Para estas autoras a chegada das calculadoras de fácil acesso a todos e as transformações no mundo exigem do sujeito competências de cálculo que, ultrapassam o uso de um algoritmo. Ao analisar posições relativas ao peso a dar às técnicas de cálculo e à sua integração num trabalho que, foca o desenvolvimento de capacidades como as de resolver problemas ou de criticar ideias e argumentar, estas autoras defendem que os algoritmos não devem ser o foco central do currículo e devem decorrer de um longo trabalho centrado no desenvolvimento do Sentido do Número.

Se por um lado concordamos com a posição adotada pelos professores investigados de que a simples introdução da calculadora sem o diálogo sobre as possibilidades e limites deste recurso pode atrapalhar o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, por outro lado, entendemos

que este recurso, se bem utilizado, em situações didáticas organizadas, pode constituir-se em um apoio para o aluno no trabalho com os números naturais e racionais, operações e estimativas no contexto da solução de problemas.

Um dos problemas aqui apontados, sobre o trabalho com a Resolução de Problemas é que o foco principal do ensino da Matemática é a aprendizagem das técnicas operatórias, o que, de certa forma, desconfigura as mais amplas possibilidades de aprendizagem que esta metodologia pode promover. Assim sendo, entendemos que o uso da calculadora pode auxiliar o aluno a despreocupar-se, de certa forma, com as técnicas operatórias, podendo dedicar-se com mais tranquilidade as outras etapas que constituem o trabalho com a Resolução de Problemas, possibilitando o desenvolvimento da criatividade no fazer matemático.

Ainda prosseguindo em perguntar sobre o uso das tecnologias como recurso didático para a formação de conceitos matemáticos, em uníssono os professores responderam que usam pouco a tecnologia na sala de aula, mas realizam aula no laboratório de Informática, uma vez por semana, por 50 minutos. Sobre o conteúdo da aula no laboratório, eles responderam que a Secretaria Municipal de Educação disponibiliza o Programa *"Visual Class"* que contém várias atividades voltadas para a Matemática, porém a escolha da atividade a ser trabalhada, dentro deste conjunto, fica sob a responsabilidade do professor. Vejamos a semelhança nos depoimentos da Professora IRDA e da Professora ALF: "*A única coisa que utilizo são as aulas no laboratório de Informática, disponibilizadas pelo Programa da Secretaria. Lá, de acordo com a atividade que está proposta no computador, eles podem fazer as continhas no papel, para depois marcar a opção correta"* (Professora IRDA); *"Na Informática tem aulas prontas, já estão no sistema. Tem de todas as disciplinas, inclusive Matemática. Os alunos*

levam os cadernos para fazerem as continhas, se precisar. Eu escolho aulas de acordo com o conteúdo que estou trabalhando na sala" (Professora ALF).

Notamos aqui que o assunto sobre o uso de calculadoras é polêmico e longe de consenso; no entanto; fica evidente a boa aceitação dos softwares disponibilizados pela Secretaria da Educação como ferramenta, no auxílio ao trabalho docente em Matemática, embora o uso seja restrito por uma parte dos professores: "*O meu trabalho na sala de Informática se resume ao uso do Programa "Visual Class", porque as atividades são boas e vêm ao encontro do conteúdo"* (Professora NAV); "*Eu uso muito pouco as tecnologias para trabalhar a Matemática. Nós trabalhamos as aulas prontas do Laboratório de Informática, mas a seleção das atividades foi orientada pelos conteúdos da sala de aula" (Professora TAP).*

Outro aspecto, que apareceu no depoimento dos professores é que as aulas no Laboratório de Informática são prazerosas para os alunos e despertam o interesse pela aprendizagem. Segundo a Professora MAK, *"Na Informática os alunos se divertem na frente do computador ao mesmo tempo em que aprendem a Matemática".*Isto converge com os depoimentos do Professor UDE e da Professora NER: *"Como as crianças adoram o computador e têm interesse em manusear, na sala de informática a gente volta a explorar os conceitos já desenvolvidos na sala de aula"* (Professor UDE); *"Lá no Laboratório de Informática o aluno trabalha a Matemática de maneira diferente. As crianças gostam e se interessam bastante pelo conteúdo, porque é atrativo, bem desenhado, bem colorido"* (Professora NER).

Entretanto, tanto os depoimentos da Professora MAK como a observação destas aulas realizada durante esta pesquisa, mostram que alguns alunos logo se cansam das atividades do Programa *"Visual class"* e querem outros jogos disponíveis na *Internet* que, em sua maioria, não tem relação com o conteúdo de Matemática que deve ser apropriado pelos

alunos, nesta fase de escolaridade. Isso se traduz em desafio para o professor: *"Na Informática os alunos "espertinhos" terminam rápido para jogar outros jogos, já aqueles com dificuldade ficam a aula toda nas atividades de Matemática porque não conseguem fazer"* (Professora MAK).

Vale destacar aqui outros desafios que estes professores enfrentam durante estas aulas, como fica explicitado no depoimento da Professora NER: *"Eu trabalho em duplas, porque não tem computadores para cada aluno e aí já começa a confusão, porque eu não sei qual aluno fez a atividade e se está certo, porque são situações problemas propostas pela Rede"* (Professora NER).

De maneira geral é possível dizer, a partir dos depoimentos e da observação realizada nas aulas de Matemática destes professores, que eles pouco usam as tecnologias como recurso em favor da aprendizagem, no espaço da sala de aula. A esse respeito a Professora NAV explica: *"Eu uso pouco as tecnologias porque elas exigem sair da comodidade, uma vez que eu tenho que montar slides, ter um vídeo disponível, pesquisar na Internet e tudo isso requer tempo e é trabalhoso"* (Professora NAV).

Nas entrelinhas, é possível constatar que embora os professores se mostrem um tanto resistentes quanto ao uso de tecnologias de comunicação e informação na sala de aula, consideram tal ferramenta como aporte ao ensino da Matemática, mas enfrentam dificuldades de natureza pessoal e institucional, fato que é reforçado pelo depoimento de GAW: "*Meu desafio é tentar outras formas de ensinar para que o aluno se sinta motivado a aprender. Esse ano eu tentei utilizar a Internet na sala de aula, mas o sinal da Internet não chega aqui na sala"* (Professor GAW).

Em suma, um computador sem *Internet* é apenas uma máquina de escrever moderna. Mas, sem embargo, desconsiderar o uso das tecnologias

no ensino, hoje, significa adiar a apropriação de instrumental, que se reveste de uso social e que é relevante para a ampliação do conteúdo científico, no curso do processo de formação dos estudantes.

Para contribuir e para mediar os problemas recorrentes no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, mais do que utilizar alguns *softwares*, impõe-se criar um ambiente positivo para a aprendizagem matemática.

Se há tempo era transformador fazer cálculos rápidos e de modo correto, tão importante quanto isso hoje é saber como e porque os algoritmos funcionam, quais as ideias e os conceitos envolvidos, saber prever a ordem de grandeza de resultados que se pode esperar de determinados cálculos, fazer estimativas e ter noção de quais estratégias são eficientes para enfrentar uma situação problema, aliando-se com as máquinas para efetuar as atividades repetitivas, a aplicação de procedimentos padronizados e as operações rotineiras.

Dificuldades apontadas para ensinar e aprender Matemática

Estudar a prática pedagógica de professores no ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental perpassa a problematização dos fatores condicionantes que, dificultam a ação de ensinar no contexto destas práticas. Quando, indagamos os professores, colaboradores deste estudo, sobre as dificuldades que enfrentam para ensinar a Matemática, estes docentes apontaram, principalmente, que as dificuldades residem em situações que envolvem, o aluno, o crescente número de alunos com defasagem, a formação do professor, a metodologia.

Uma dificuldade para ensinar a Matemática elencada pelos interlocutores deste estudo tem como centro o aluno. São questões ligadas à falta de interesse do aluno em participar da aula, ausência de concentração; pouco desejo em aprender os conteúdos matemáticos; falta de gosto pela Matemática e, sobretudo, a defasagem nas aprendizagens. Para os depoentes, essas questões trazem implicações para o processo ensino e aprendizagem.

Segundo a Professora NER "*uma dificuldade é a falta de interesse do aluno* (Professora NER). A Professora IRDA concorda que "*o maior desafio mesmo do ensino da Matemática é o aluno, quando ele não se interessa e se nega a aprender. São muitos os alunos que entram na sala rejeitando a Matemática"* (Professora IRDA); "*O desafio é a resistência dos alunos. Muitos deles não gostam de Matemática e se recusam a aprender, não perguntam sobre o conteúdo, se interessam pouco e não prestam atenção na aula" (*Professor GAW).

Para a Professora TAP, a falta de concentração dos alunos; a falta de foco no ensino e a falta de interesse em realizar as atividades propostas se constituem em dificuldades que ela enfrenta ao ensinar a Matemática. No seu caso, ainda há a falta de condições de trabalho pois a Professora reclama da "*falta de ajuda e a sala lotada"* (Professora TAP). Vejamos o que ela explicou na continuidade de seu depoimento: "*Minha turma não tem o foco no ensino. Tenho alunos que o tempo todo está atento a tudo que está acontecendo na sala, menos naquilo que eu estou falando. Outro desafio é que façam as atividades. Minha turma não é fácil!"*

Durante a observação das aulas da Professora TAP foi possível perceber que sua turma de 4.º ano apresentava situações desafiantes em relação ao comportamento, muitas conversas paralelas o tempo todo e quando uma criança se interessava em cumprir sua atividade, logo outras

lhe tiravam a atenção com assuntos e brincadeiras que não se ligavam a atividade proposta pela professora. Por se tratar de uma sala com espaço físico pequeno e muitos alunos, um aluno de uma extremidade da sala ouvia e conversava com um aluno de outra extremidade, sem dizer ainda que um dos alunos sempre se destacava pela agitação e inquietação, uma sala muito difícil, segundo a Professora TAP.

Esta professora pouco conseguia fazer para resolver esta problemática e em todo o tempo em que estivemos observando as aulas de Matemática, não houve ajuda da coordenação ou direção e vice direção em relação a este problema. Do observado surgiram indagações: Como seria possível ao professor desenvolver um bom trabalho no ensino da Matemática sem as mínimas condições de espaço físico adequado, pois nesta sala o espaço físico era tão reduzido a ponto de não haver lugar para os pesquisadores que, por muitas vezes, ficaram em pé bem próximos de alguma criança.

Nos dias em que transcorreu a observação, foi possível ver que faltou condições de trabalho tanto para a professora quanto para os alunos; faltou ainda atenção e sensibilidade por parte da gestão da escola, em relação à dificuldade específica daquela turma. Parece que a equipe gestora da escola entende que o professor deve dar conta de toda situação complexa que envolve uma sala de aula. As especificidades desta turma todos os dias deixavam a professora exausta, mesmo assim ela conteve suas emoções por todo o tempo, em que estive na sala, buscando auto controle.

Também os professores apontaram, como já dito, o problema da defasagem dos alunos nas aprendizagens dos conteúdos como uma dificuldade importante no ensino da Matemática. Suas falas evidenciam que muitas das crianças chegam ao 4.º e 5.º ano sem apresentar os conhecimentos, que deveriam ter sido introduzidos, aprofundados e

consolidados até o 3.º ano. São defasagens de aprendizagem na área da Matemática que, para os interlocutores embaraçam o processo ensino e aprendizagem, visto que necessitam cumprir a tarefa de ensinar os conteúdos matemáticos propostos para o ano em que lecionam, tendo ainda que buscar meios para sanarem as defasagens de aprendizagem observadas em cada aluno.

Segundo os entrevistados a quantidade de alunos nestas condições tem crescido substancialmente, o que resulta em turmas bastante heterogêneas nos níveis de aprendizagem: "*O desafio é a defasagem dos alunos. Antes poucos alunos que chegavam com dificuldade, de 30 alunos, 5 que eram ruins, hoje são a maioria, de 27 alunos, 7 são bons" (Professora NER). "O desafio é a defasagem na Alfabetização Matemática. Em uma sala com 32 alunos, pelo menos 25% dos alunos tem dificuldade. É muito aluno para um professor conseguir trabalhar de uma forma que se traduza em bons resultados"* (Professora NAV); *"Minha sala tem quatro ou cinco diferentes níveis de aprendizagem. Eu tenho sempre que voltar, retomar o conteúdo e fazer novamente com os alunos que têm dificuldade"* (Professora MAK); "*O meu desafio consiste em fazer avançar tanto o aluno que está com defasagem quanto aquele que aprende sem dificuldade"* (Professor UDE); "*Minha turma tem diferença de desenvolvimento bem acentuada. Tem aluno que falta muito e por isso eu não consigo atendê-lo"* (Professor GAW)

O problema das defasagens requer o desenvolvimento de uma prática pedagógica que seja aberta à diferença, ao diálogo e à comunicação, de maneira que a organização do trabalho educativo considere a aplicação de uma Pedagogia diferenciada em função das necessidades de cada aluno. O desenvolvimento de um trabalho pedagógico que considere as diferenças nos níveis de aprendizagens dos alunos envolve questões relacionadas ao currículo, à avaliação, às metodologias, à formação permanente de

professores e ao trabalho coletivo. Esta empreitada exige um trabalho mais articulado que envolva o coordenador pedagógico e o professor nas ações de planejamento.

Ademais, outra dificuldade apontada pelos depoentes é a frágil formação matemática oferecida pelos cursos de Pedagogia. Há convergência de que tal formação é insuficiente para o ensino de Matemática: "*quando eu fiz a faculdade tive uma só matéria de Matemática*" (Professora ALF); "*Em relação a didática da Matemática, eu não aprendi o necessário. No Magistério eu só tive teoria. No curso de Pedagogia eram feitos seminários em que os alunos apresentavam suas estratégias. Então as aulas ficavam empobrecidas* (Professora TAP*); "Na Pedagogia, na disciplina de Metodologia da Matemática eu aprendi o conteúdo, mas faltou aprender "como" ensinar esse conteúdo para crianças"* (Professora NER).

O problema na formação inicial dos professores que atuam do 1.º ao 5.º ano do Ensino Fundamental e com a Educação Infantil é constatado no estudo de Gatti e Nunes (2008), que abrangeu 71 cursos de Pedagogia situados nas cinco regiões do país, abrangendo os anos 2001, 2004 e 2006. A pesquisa analisou o que se propõe como disciplinas formadoras nas Instituições de Ensino Superior responsáveis por cursos presenciais, que respondem pela formação destes profissionais. Os resultados do estudo assinalaram a existência de um descompasso entre o que as faculdades de Pedagogia oferecem aos futuros professores e a realidade encontrada por eles nas escolas. As Instituições de Ensino Superior não oferecem aos futuros docentes os elementos necessários para se dar uma boa aula, e estes profissionais saem da faculdade sem saber "o quê" e "como" ensinar. Esses cursos restringem-se a preparar teoricamente o acadêmico por meio de conceitos de Filosofia, Sociologia, Psicologia e outros campos, dedicando para este fim 40% das disciplinas.

Há um destaque enorme nas questões estruturais e históricas da Educação, com pouco espaço para os conteúdos específicos das disciplinas e para os aspectos didáticos do trabalho docente. Esses cursos não conseguem articular teoria e prática, pois, no momento de darem ao aluno uma visão prática do que é ensinar, utilizando as outras disciplinas que são para este fim, não se mostram capazes de aproximar os futuros professores da realidade do ensino da sala de aula. Na opinião de Gatti e Nunes (2008), as universidades parecem não se interessar pela realidade das escolas, principalmente as públicas, nem entendem ser necessário que seus próprios alunos se preparem para atuarem nesse espaço.

Quanto à análise dos currículos, ficou evidenciado que o conteúdo da Educação Básica (Alfabetização, Português, Matemática, História, Geografia, Ciências, Educação Física) é pouco explorado nos cursos de Pedagogia. É apenas abordado, superficialmente, nas disciplinas de metodologia e práticas de ensino. Por consequência, os cursos de Pedagogia não têm oferecido aos futuros docentes os elementos necessários, para se dar uma boa aula, e esses profissionais saem da faculdade sem saber "o quê" e "como" ensinar Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Em se tratando especificamente da formação destes profissionais para o ensino da Matemática, tanto a pesquisa de Curi (2004) como a de Lima (2011) que debruçaram-se sobre tal formação, revelam que a carga horária destinada à formação para a área da Matemática é pequena, correspondendo a um percentual de 4% a 5% da totalidade do curso; além disso, que a metodologia aparece como aspecto fundamental da formação em detrimento dos conteúdos a serem ensinados pelo futuro docente, ou seja, na formação matemática os cursos de Pedagogia pouco exploram "o que" ensinar, dedicando-se com mais intensidade aos aspectos de "como"

ensinar a Matemática. Curi (2004) conclui que a fragilidade na formação se centra tanto nos conceitos e nos procedimentos como também da própria Linguagem Matemática que os professores utilizarão em sua prática docente.

Assim, ainda que as pesquisas supracitadas evidenciem que nos cursos de formação inicial de professores que atuam nos Anos Iniciais e na Educação infantil é dada forte ênfase a metodologia, os professores entrevistados apresentam dificuldade com os procedimentos metodológicos no ensino da Matemática. De oito depoentes, sete apontaram a metodologia como elemento limitador em sua prática pedagógica no ensino da Matemática. Isto é assim explicitado: "*Eu sei a Matemática, a minha preocupação está na hora de transmitir esse conteúdo. Eu sei o conteúdo, mas quem determina como eu vou ensinar é a turma"* (Professora IRDA);*"Eu domino o conteúdo do 4.º ano, mas a metodologia que eu vou utilizar para atingir o meu aluno é a prática e a socialização com os outros profissionais que vão permitir que eu adquira essa capacidade"* (Professora ALF);*"Minha dificuldade está em qual metodologia utilizar para ensinar retas, paralelas e perpendiculares para a criança"*(Professor GAW); *"Minha dificuldade está muito mais relacionada à metodologia do que com o conteúdo em si. O conteúdo eu aprendi no decorrer dos anos de escolaridade"* (Professora NAV); "*eu já tentei passar para eles o jeito que eu aprendi Fração, e não dá resultado"* (Professora MAK). "*Eu tenho muitas dificuldades para ensinar. Não sei ensinar a técnica operatória da divisão usando o material dourado; quando um número não dá para dividir eu digo "vamos pegar o próximo número e juntar e aí dá para dividir"* (Professora TAP*).*

Estes depoimentos revelam que, embora os cursos de Pedagogia se dediquem mais a ensinar a metodologia em detrimento do conteúdo, a dificuldade destes professores reside ainda fortemente em "como" ensinar

o conteúdo. Dentre os conteúdos mais citados estão a divisão, a fração, os decimais e a Geometria.

O depoimento da Professora NER ajuda a refletir sobre como se deveria organizar a formação inicial destes professores: há de se considerar igualmente importante tanto o conteúdo como a metodologia, pois ambos são elementos essenciais para a prática pedagógica no ensino da Matemática.

> *Eu me pergunto: como vou dar aula de Geometria para essas crianças? A minha dificuldade está em como ensinar a Matemática para crianças, aquela Matemática que eu sei, porque aprendi na faculdade de Desenho Industrial. Não basta saber o conteúdo, tem que saber como ensinar esse conteúdo para crianças* (Professora NER).

Sobre a Formação Docente para a Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental de professores, o Conselho Estadual de Educação do Estado de São Paulo, por meio da Deliberação CEE n° 154/2017 altera a Deliberação CEE nº 111/2012, destinando 600 horas dos cursos de formação para enriquecimento de conteúdos curriculares do Ensino Fundamental e Médio.

Esta determinação sobre o a organização do Curso de Pedagogia, embora pareça se preocupar com a falta de domínio pelo professor de conteúdos que deveriam ter apropriado na educação básica, a rigor, limita a carga horária que poderia ser destinada a ampliação e aprofundamento dos conhecimentos relativos a áreas relacionadas ao trabalho pedagógico, especificamente no que tange à tradução dos conteúdos dos anos iniciais em uma linguagem assimilável pelos alunos.

O depoimento da Professora NAV revela que ao ensinar a Matemática ela não se apoia somente na formação inicial, como enfatiza

as depoentes, mas recorre a uma concepção anterior da Matemática e seu ensino, oriunda da sua experiência como estudante: "*Minha dificuldade é superar a maneira como foi me (sic) ensinado a Matemática quando criança para essa maneira que está sendo proposta hoje voltada para a Resolução de Problemas"* (Professora NAV).

O posicionamento desta professora indica a complexidade que, envolve a formação de um professor mostrando que as experiências passadas influenciam as concepções sobre a Educação, a escola, o ensino, a aprendizagem, a Matemática, e mais, mostra que a formação no curso de Pedagogia não foi capaz de prepará-la satisfatoriamente para refletir e ressignificar sua experiência com a Matemática vivida na escola primária, na condição de aluna.

Observe que a esta professora se reporta aos conhecimentos relacionados ao "como ensinar" a Matemática e não estritamente ao conteúdo, como pensa o Conselho Estadual de Educação, ao exigir que o Curso de Pedagogia faça um trabalho de "recuperação" dos conteúdos da Educação Básica.

Entendemos que a graduação se constitui em um espaço privilegiado onde o futuro professor apropria-se de elementos teórico-metodológicos, que possibilitam interrogar às práticas vivenciadas nos contextos escolares, em seu percurso formativo, pois compreendemos a formação do professor como percurso, processo, trajetória de vida pessoal e profissional; como sendo "inconclusa" e por isso permanente.

Quando os entrevistados evidenciam em suas falas a fragilidade de sua formação, no que se refere ao ensino da Matemática e a dificuldade em "como" ensinar os conteúdos matemáticos, ao mesmo tempo, revelam que sentem a necessidade de aprender. Estes interlocutores veem nos cursos e,

principalmente, nos pares uma possibilidade formativa. Na prática docente, o trabalho com os pares parece já fazer parte da cultura da escola: *"Tem turma que não compreende da maneira que eu ensino, então eu vou atrás das professoras dos anos anteriores e recorro também ao estudo até encontrar a maneira certa em que eles têm o entendimento"* (Professora IRDA); "*Na época em que estava sendo introduzido o construtivismo na Rede, eu aprendi um pouco com as coordenadoras da escola"* (Professora TAP); *"Quando eu comecei a trabalhar aqui nesta escola, nós tivemos na Hora de Estudo Coletivo, uma abordagem sobre o uso do ábaco, mas não foi suficiente. Então uma professora do 5.º ano me ajudou bastante. Eu não tenho vergonha de assumir que eu preciso!"* (Professora ALF).

Disto é possível dizer que os imperativos e exigências postos pela realidade objetiva, especialmente as necessidades de aprendizagens de seus alunos, suscitam nestes professores a necessidade de estarem em formação permanente. Contudo, alguns encontram barreiras institucionais, que impedem a participação nos cursos de Formação Continuada, como fica bem explicitado no depoimento da Professora ALF:

> *No ano em que eu entrei na Rede, teve um Curso de Matemática oferecido pela Secretaria, mas como eu não tinha sala, porque eu sou uma Professora Efetiva, porém, Auxiliar, eu não tive o direito de participar. Também não pude participar do PNAIC - Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa, voltado para o ensino da Matemática, porque a participação ficou restrita aos professores que atuam em turmas de 1.º ao 3.º ano. Meu desafio é estar me atualizando, é estar aprendendo a superar os meus erros. Eu sinto falta de ter formação para trabalhar a Matemática. Eu gostaria muito de aprender!* (Professora ALF).

Os elementos até aqui analisados apontam para a seriedade de se ter um olhar cauteloso para o modo como se está propondo a formação

inicial dos futuros professores, no que se refere ao ensino da Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Não se trata de reduzir a formação deste profissional à sua formação inicial, mas de reconhecer que a difusão do conhecimento científico necessita possibilitar ao professor a produção de sentidos e significados de aprendizagem, que embasam a atuação docente na Educação Básica. Aos cursos de formação docente se apresenta o desafio de preparar e encaminhar os futuros professores para atuarem no mundo concreto, das relações e mediações que ocorrem no local de trabalho docente.

A nosso ver, ainda que a formação em nível de graduação seja fundamental para atuação do professor, ela não poderá dar conta da complexidade da sala de aula e da realidade da escola, pois existem conhecimentos que, só podem ser construídos no espaço de ação do professor e jamais poderão ser apropriados no curso de licenciatura, pois representam uma elaboração pessoal do professor ao confrontar-se com a realidade concreta do ser professor.

Segundo Nóvoa (1992) a formação do docente deve considerar três processos: *produzir a vida do professor* (desenvolvimento pessoal), *produzir a profissão docente* (desenvolvimento profissional) e *produzir a escola* (desenvolvimento organizacional). Para este autor, a formação deve estimular uma perspectiva crítico-reflexiva, em que o professor, por meio da reflexão da sua prática e considerando a escola e a sociedade em que vive, seja estimulado a lançar mão de um pensamento que seja autônomo.

O professor na condição de um ser de relações, histórico e inacabado e, por consequência, sempre pronto a aprender, deve se perceber como sujeito da sua formação e envolver-se em processos de Formação Continuada e Autoformação. Tal envolvimento passa pela aquisição de uma atitude científica que o leva a interrogar e a problematizar o real e a

pôr-se a si próprio em questão, enquanto elemento desse real considerando, portanto, as suas necessidades de aprendizagem e as de seus alunos.

Vale dizer, que a Formação Continuada não pode reduzida ao oferecimento de cursos que, muitas das vezes, são pensados em outras instâncias, numa relação verticalizada, em que o professor é o receptor de conhecimentos que são dados em momentos pontuais, mas deve ser concebida como uma Formação Centrada na Escola. Esta perspectiva trata a escola como "um ambiente educativo, onde trabalhar e formar não sejam actividades distintas, sendo a formação encarada como um processo permanente, integrado no dia-a-dia dos professores e das escolas, e não como uma função que intervém à margem dos projectos profissionais e organizacionais" (NÓVOA, 1992, p. 29). Esta formação deve ser embasada na perspectiva crítico-reflexiva (reflexão-sobre-a-ação e sobre-a-reflexão-na-ação), com vistas a possibilitar a construção e reconstrução dos conhecimentos teórico-práticos necessários ao exercício da docência, no cotidiano da escola, ou seja, tal formação deve ser alicerçada na reflexividade crítica sobre a prática pedagógica diária.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A centralidade da investigação na Prática Pedagógica no ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental considerando a Resolução de Problemas deveu-se à conhecida dificuldade dos alunos diagnosticadas nas Avaliações Externas em larga escala e às queixas costumeiras dos professores quanto à interpretação e encaminhamento da solução.

O problema que moveu e determinou o estudo foi assim formulado: **Que práticas pedagógicas são evidenciadas no trabalho do professor que ensina a Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, considerando-se as implicações relacionadas à Resolução de Problemas?**

Desse modo, o estudo foi dinamizado pelo seguinte objetivo geral: Investigar e analisar como se configuram as práticas pedagógicas de professores no ensino da Matemática nos anos escolares iniciais no contexto didático da Resolução de Problemas. Como objetivos específicos destacamos: Investigar as estratégias e os recursos didáticos que os professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental utilizam para ensinar os conteúdos matemáticos na Resolução de problemas; investigar e analisar o que os professores dizem dominar em relação à Resolução de Problemas matemáticos e aos recursos didáticos empregados.

A pesquisa partiu da hipótese primeira de que a melhoria da qualidade do ensino e aprendizagem da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental passa necessariamente pelo desvelamento de como se processa o ensino desta disciplina na sala de aula, considerando como

elementos importantes desta prática: As concepções de professores sobre ensino de Matemática; o ambiente de ensino e aprendizagem em sala de aula; as interações que ocorrem nesse ambiente (a sala de aula); a relação entre alunos-alunos e professor-aluno com foco na produção e negociação de significados e a postura do professor frente às crianças e aos conteúdos.

A partir da análise dos dados coletados por meio dos instrumentos de pesquisa em interface com o referencial teórico adotado, foi possível perceber algumas **convergências** na prática pedagógica desenvolvida em sala de aula, pelos professores investigados, no que concerne ao ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Tornou-se evidente que o grande nó em termos de Alfabetização Matemática se encontra na questão da Aritmética e que, embora as propostas curriculares e os documentos oficiais preconizem o uso da Resolução de Problemas em sala de aula, muitas vezes isso tem ficado apenas no papel, pois o que se vê é uma prática de Resolução de Problemas limitada ao uso dos algoritmos, que não possibilita ao aluno desenvolver a autonomia e a criatividade para resolver problemas.

Na dimensão da prática pedagógica, no ensino da Matemática, constatamos a **existência de fragilidade na organização do ensino na perspectiva metodológica da Resolução de Problemas**, sobretudo, quando se trata da ausência dos fundamentos teóricos que orientam tal perspectiva metodológica. Esta fragilidade pode ser decorrente da formação inicial e continuada destes professores, mas também pode ser consequência da decisão de não modificarem suas práticas, pois chega o momento de operacionalizar um ensino pautado na perspectiva metodológica da Resolução de Problemas, como dá mais trabalho, tal ensino acaba não se efetivando.

Uma razão importante a ser considerada é que prevalece na prática de ensino destes professores a maneira tradicional de se trabalhar exercícios e não problemas. Estes exercícios são apresentados em sua maioria, na categoria de problemas convencionais e seu ensino baseia-se no uso de habilidades ou técnicas *sobreaprendidas*. Ainda que se perceba algumas tentativas de mudanças no sentido de considerar o problema como ponto de partida para o ensino dos conhecimentos matemáticos, em geral o professor ainda vê a Resolução de Problemas como a aplicação e transferência de um conhecimento já aprendido.

Além disso, estes professores em sua prática de ensino desconsideram, alguns parcialmente, a maioria totalmente, as premissas do trabalho com a Resolução de Problemas matemáticos: as etapas que devem ser desenvolvidas na resolução de um problema, os processos de produção e negociação de significados e aspectos ligados à comunicação e registros das ações tomadas para encontrar a solução do problema. Mesmo sendo percebida na prática pedagógicas de alguns destes docentes algumas tentativas de se trabalhar nesta direção de maneira intermitente, prevalece a prática tradicional de resolver problemas.

A identificação de palavras-chave no enunciado é considerada uma boa "pista", para que o aluno compreenda o problema e encontre a solução. No entanto, essa prática reflete uma concepção comportamentalista do ensino e pode inviabilizar a busca do aluno pela compreensão do problema. Para o processo de formação de conceitos é importante que o aluno se aproprie do significado do objeto de estudo e a ele atribua sentido. É a necessidade ou o motivo para aprender que sustenta a constituição da atividade de estudo.

No ensino de problemas prevalece a ideia: *resolver problemas resume-se a usar os números que aparecem no enunciado em alguma "conta"*.

O foco do ensino está nas operações aritméticas, em detrimento de uma grande variedade de estratégias ou procedimentos heurísticos que, o aluno pode criar diante de um problema. Embora o conhecimento dos recursos operacionais seja importante, no caso dos problemas não é suficiente, pois a formação do pensamento teórico do aluno exige mais do que conhecer uma determinada técnica ou um determinado algoritmo, para usá-lo na tarefa. Na metodologia da Resolução de Problemas o aluno deve ser encorajado a planejar suas próprias estratégias, a pensar com autonomia sobre qual é o melhor caminho para chegar à solução do problema. Um caminho pode ser o uso de um conhecimento operacional, mas este não pode, nem de longe, ser considerado o único caminho.

Não é demais dizer que, no ensino dos procedimentos algorítmicos prevalece de forma clara a crença em um processo de aprendizagem, por associação de modelos. Estes procedimentos são ensinados de maneira única e mecânica não explorando outros métodos e, por vezes, desconsiderando a compreensão do Sistema de Numeração Decimal; além disso, persiste no ensino do algoritmo termos como "levar-se", "pedir emprestado", "sobe".

Esses aspectos evidenciados neste estudo permitem apontar a existência de um paradoxo: embora a resolução de problemas seja um assunto fortemente abordado quando se trata do ensino da Matemática, é o que menos os professores que ensinam matemática pesquisados sabem, porque não envolve só a questão da prática pedagógica do professor, mas abarca também componentes cognitivos, afetivos que interferem nos processos de Resolução de Problemas.

Outro fator convergente que este estudo revela é que a maioria dos professores investigados "falam bastante", nas aulas de Matemática, expressam-se oralmente de forma intensa para ensinar o aluno a solucionar

problemas, tanto nos atendimentos individuais como nos coletivos, mas **registram parcamente** as ações tomadas. Deste modo, fica comprometida a orientação de Echeverría (1998), a qual afirma que o professor deve ser um *modelo de comportamento* que se deve adotar na solução de problemas, que mostra e fala detalhadamente sobre cada um dos passos dados.

Assim sendo, e considerando que muitos dos registros percebidos nas aulas consistem num amontoados de "contas", esta investigação aponta para a necessidade de o professor registrar com clareza os seus próprios processos de resolução, para que o aluno também desenvolva esta habilidade; além disso, porque não podem ser desperdiçadas as oportunidades de realizar o trabalho interdisciplinar da Matemática com a Língua Portuguesa, pois a escrita e reescrita dos registros das ações tomadas permitem, além do exercício de metacognição, que se trabalhe a Matemática inserida aos processos de alfabetização (MIGUEL, 2007).

Outro aspecto evidenciado é a fragilidade teórico-metodológica em relação ao ensino de conteúdo específico da Matemática tais como Frações, Análise Combinatória, Porcentagem.

A análise também evidenciou que **as avaliações externas** ainda que apontem a direção em que se deve conduzir o ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, não são capazes de modificar, a contento a prática pedagógica do professor, em grande parte, devido ao motivo que direcionam suas ações. Aliás, esta modalidade de avaliação, nas aulas observadas neste estudo, transformaram as aulas de Matemática em lugar de treinamento, pois os professores, tendo que preparar os alunos para estes exames em pouco tempo, se concentram em ler o problema e mostrar que algumas palavras-chave podem indicar quais "contas" devem ser usadas para encontrar a solução do problema. Com isso os alunos são submetidos a treinamentos cuja pretensão reside em ajudá-los a memorizar

uma determinada estratégia - a algorítmica - para chegar à resposta certa e, por consequência, melhorarem os índices da turma na Avaliação Externa. Nota-se claramente a prevalência dos conteúdos procedimentais em detrimento dos conteúdos atitudinais, de amplitude formativa.

A nosso ver, criar um ambiente de aprendizagem que favoreça a criatividade, que seja livre de pressões exteriores, não parece tarefa simples, ao contrário, trata-se de ação complexa, visto que na escola parece existir uma pressão sobre os professores por busca de resultados, que devem ser evidenciados nas avaliações externas. Mais que isso, os docentes devem seguir um programa de conteúdos e habilidades a ser desenvolvido em tempo pré-determinado pela Secretaria Municipal de Educação, que tenta "organizar" o trabalho do professor.

Contudo, o problema do ensino da Matemática nos Anos Iniciais não reside só no quesito Avaliação Externa, mas no **modo de ensinar e no trabalho do professor** que reflete uma cultura escolar que ainda não conseguiu superar o ensino por associação de modelos, em que pese o avanço das ideias cognitivistas.

A nosso ver, a Avaliação Externa é apenas um complicador na organização do trabalho do professor até porque, se ele tivesse convicção da sua atividade de ensino na Matemática, ele não mudaria sua forma de ensinar por causa destas avaliações. O fato é que o professor não tendo convicção de que sua maneira de ensinar é relevante e percebendo a baixa apropriação dos conteúdos da Matemática por seus alunos e ainda a pressão para melhorar os índices, recebe a Avaliação Externa como um elemento que causa embaraçamento à sua prática pedagógica.

Outro fator convergente percebido nas salas de aulas em que atuam os professores sujeitos desta pesquisa, é a **organização da turma em fila**

indiana em todas as aulas. Este modelo de organização da classe não contempla os requisitos de um ensino orientado pela perspectiva metodológica da Resolução de Problemas, e também não está de acordo com uma prática educativa pautada nos princípios da Teoria Histórico-Cultural.

Estes são alguns dos aspectos que compõem a prática pedagógica dos professores, sobre o que deve ser o ensino da Matemática no contexto didático da Resolução de Problemas, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Dos desdobramentos destas análises, elencamos alguns indicativos deste estudo:

- O estudo está ancorado na ideia de que a melhoria da qualidade do ensino da Matemática passa necessariamente pelo desvelamento da prática pedagógica de professores, no ensino da Matemática, no contexto da escola e pela formação teórico-metodológica nesta área do conhecimento;

- As práticas de leitura e escrita são essenciais para a elaboração conceitual da Matemática; a Matemática enquanto linguagem deve ser um componente do processo de alfabetização/letramento; nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental é necessário realizar a aproximação entre língua materna e Matemática por intermédio da Resolução de Problemas, contribuindo, assim, para os processos de alfabetização e letramento, elevando, ao mesmo tempo, o conhecimento matemático do aluno (DANYLUK, 2015; MIGUEL, 2007);

- A apropriação do conhecimento lógico-matemático não ocorre somente de maneira particular, mas sim, ocorre no processo de internalização do conhecimento lógico-matemático, que se dá num

primeiro momento no plano social e depois no plano psicológico, a princípio entre os homens como categoria interpsíquica e logo no interior da criança como categoria intrapsíquica, conforme preconiza a Lei Genética Geral do Desenvolvimento formulada por Vygotski (1995). Esse conhecimento se constrói nas interações sociais.

- A atribuição de sentido e significado deve permear todos os aspectos do ensino e aprendizagem da Matemática. Entendemos que os significados que as crianças atribuem às ideias matemáticas estão profundamente relacionados aos seus usos sociais e às experiências que elas têm com a Matemática em seu cotidiano.

- Possibilitar aprendizagens frutíferas em Matemática, requer considerar alguns aspectos fundamentais para o processo de elaboração de conceitos: a criação de um ambiente de interações e mediações que sendo dialógico e problematizador, possibilite o desenvolvimento de tarefas que promovam a elaboração conceitual; os processos de significação compreendidos na relação com a linguagem e pensamento e, neste bojo, a comunicação das ideias na sala de aula (tradução da língua materna para a Linguagem Matemática); e, sobretudo, a correlação existente entre os conceitos espontâneos e os científicos.

- Em sua atuação como professor, ele não "inventa", não cria sozinho, não cria algo absolutamente novo. Sua ação pedagógica é constituída por discursos de outros, que permearam o processo histórico formativo e a constituição do sujeito-professor.

- Que o professor dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental como autor em sua prática pedagógica, em seu percurso formativo dedique-se a enfrentar o desafio de ressignificar a sua prática pedagógica no ensino da Matemática, no sentido de dar um salto de um ensino pautado no

procedimento algorítmico para aquele ensino centralizado na metodologia da Resolução de Problemas.

Com base nesses enunciados, é nossa tese que apesar das conquistas recentes em Educação Matemática, ainda prevalece na prática pedagógica cotidiana dos professores investigados, procedimentos didáticos e metodológicos marcados pela repetição e memorização, sendo que estes aspectos se mostram mais evidentes naquelas posturas que exigem reformulação conceitual do que vem a ser o trabalho pedagógico com a Matemática, como é o caso da Resolução de Problemas.

REFERÊNCIAS

ALR∅, H; SKOVSMOSE, O. **O diálogo e aprendizagem em Educação matemática**. Belo Horizonte: Autentica, 2006 (Coleção Tendências em Educação Matemática.)

ANDRÉ, M. E. D. A. **Etnografia da prática escolar**. 18. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

BAKHTIN, M. **Marxismo e Filosofia da linguagem**. 5.ed. Tradução Michel Lahud e Yara Frateschi Vieira. São Paulo: Hucitec, 1992 p. 69-136.

BAKHTIN, M. **Estética da criação verbal.** São Paulo: Martins Fontes, 2003.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em Educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto, 1994.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos:** PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática: Ensino Fundamental Anos Iniciais. Brasília: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2015.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Pisa 2015:** análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes na avaliação. São Paulo: Fundação Santillana, 2016. Disponível em: download.inep.gov.br/acoes.../pisa/resultados/2015/pisa2015_completo_final_baixa.pdf. Acesso em: 9 mar. 2017.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (Org.). **Solução de problemas e a matemática escolar.** Campinas, Alínea, 2006. p. 13-53.

BROCARDO, J.; SERRAZINA, L. O Sentido do Número no currículo de matemática. In: **O sentido do número**: reflexões que entrecruzam teoria e prática. Lisboa: Editora Escolar, 2008.

CARRAHER, T., CARRAHER, D., SCHLIEMANN, A.. **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo: Cortez, 1995.

CHI, M. T. H.; GLASER, R. A capacidade para a solução de problemas. In: Sternberg, R. J. **As capacidades intelectuais humanas**: uma abordagem em processamento de informações. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992, p. 250-275.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes:** uma análise do conhecimento para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. 278 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação Matemática, PUC-SP, São Paulo, 2004.

DANTE, L. R. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática**. 1988. Tese (Livre Docência) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1988.

DANYLUK, O. S. **Alfabetização Matemática**: as primeiras manifestações da escrita infantil (recurso eletrônico 3.134Kb PDF). 5. ed. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2015.

DAVIDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**: investigacion psicológica teórica y experimental. Moscou: Editorial Progreso, 1988.

DAVIDOV, V. V. O que é a atividade de estudo. **Revista Escola inicial**, n. 7, 1999.

DUVAL, R. Registros de Representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento Tradução de Méricles Thadeu Moretti. **Revemat:** Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266/23465. Acesso em: 01 fev. 2016.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P. A solução de problemas em Matemática. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. *In*: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 13-42.

ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, X, 2010, Salvador. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática:** Educação Matemática, cultura e Diversidade, Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática/ Via Litterarum, 2010.

ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XI, 2013, Curitiba. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**: Educação Matemática – Retrospectivas e Perspectivas**,** Guarapuava, PR: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2013.

ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XII, São Paulo, SP, 2016. **Anais do 12º Encontro Nacional de Educação Matemática:** A Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades São Paulo, SP: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, 2016.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. In: **Zetetiké**, ano 3. n. 4. 1995.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação matemática** percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM-SP**, São Paulo, v. 4, n. 7, p. 5-10, 1990.

FRANCO, M. A. S. Práticas pedagógicas de ensinar-aprender: por entre resistências e resignações. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 41, n. 3, p. 601-614, jul./set. 2015. Disponível em: Disponível em: www.scielo.br/pdf/ep/v41n3/1517-9702-ep-41-3-0601 Acesso em: 20 set. 2016.

GATTI, B. A.; NUNES, M. M. R. **Formação de professores para o Ensino Fundamental:** instituições formadoras e seus currículos**.** São Paulo: Fundação Carlos Chagas (Relatório final: Pedagogia), 2008.

GAZIRÉ, E. S. **O não resgate das geometrias**. Tese (Doutorado em Educação). UNICAMP, Campinas, 2000

IMENES, L. M.P. **Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1989.

KAMII, C. **Aritmética**: Novas perspectivas: Implicações na teoria de Piaget. 4 ed. Campinas, SP: Papirus, 1995.

LEONTIEV, A. N. Uma Contribuição à Teoria do Desenvolvimento da Psique Infantil. In: VIGOTSKII, L.; LURIA, A.; LEONTIEV, A. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** Tradução de Maria da Penha Villalobos. 10. ed. São Paulo: Ícone, 2006, p. 59-83

LEONTIEV, A. N. *Atividad, conciencia y personalidad.* Buenos Aires: Ediciones Ciências del Hombre, 1978.

LEONTIEV, A. N. Apêndice: Problemas psicológicos do caráter consciente do estudo. *In*: LEONTIEV, A. N. **Atividad, conciencia y personalidad**. Buenos Aires: Ediciones Ciências del Hombre, 1978. Tradução para fins pedagógicos de Stela Miller, 2014.

LIBÂNEO, J. C**. Didática.** São Paulo: Cortez, 1994.

LIBÂNEO, J. C.; FREITAS, R. A. M. M. **Vygotsky, Leontiev, Davydov**: três aportes teóricos para a Teoria Histórico-cultural e suas contribuições para a Didática. Disponível em: http://www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe4/individuais-coautorais/eixo03/Jose%20Carlos%20Libaneo%20e%20Raquel%20A.%20M.%20da%20M.%20Freitas%20-%20Texto.pdf Acesso em: 7 set. 2017.

LIMA, S. M. **A formação do pedagogo e o ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. Dissertação (Dissertação de Mestrado em Educação) - Departamento de Educação, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2011.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista**, Blumenau: SBEM, ano III, n. 4, p. 3-13, 1995.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender Matemática**, 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2008

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986 (Coleção Temas Básicos de Educação e Ensino).

MARÍLIA. Secretaria Municipal da Educação. **Proposta Curricular Municipal para o 4.º ano e 5.º Ano do Ensino Fundamental**. Marília, 2012.

MAYER, R. E. A capacidade para a Matemática. In: STERNBERG, R. (Org.). **As capacidades intelectuais humanas**: uma abordagem em processamento de informações. Porto Alegre: Artes Médicas. 1992. p. 144-168.

MIGUEL, J. C. **Alfabetização Matemática**: implicações pedagógicas. In: PINHO, S. Z. de; SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). Núcleos de Ensino. Ied. São Paulo: Cultura Acadêmica/Editora da UNESP, 2007, v. 1, p. 414-429.

MIGUEL, J. C. **O ensino da Matemática na perspectiva da formação de conceitos**: implicações teórico-metodológicas. Disponível em: file:///C:/Users/Usu%C3%A1rio/Downloads/O%20ensino%20de%20 matematica.pdf. Acesso em: 22 mar. 2016.

MOURA, M. O. O jogo e a construção do conhecimento matemático. **Série Idéias,** n. 10. São Paulo: FDE, 1992 (p.45-53). Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045-053_c.pdf. Acesso em: 10 abr. 2017.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. Campinas, SP: Papirus, 2001.

NACARATO, A. M. **Educação Continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação**: Currículo em ação de um grupo de professoras ao aprender ensinando Geometria. 2000. 323f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A Geometria nas séries iniciais**: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009 (Coleção tendências em Educação Matemática).

NÓVOA, A. Formação de professores e profissão docente, In: NÓVOA, A. (**org.). Os professores e sua formação**. Lisboa: Nova Enciclopédia, 1992.

OLIVEIRA, B. A. Fundamentos da obra vigotskiana: a questão da categoria da atividade algumas implicações para o trabalho educativo. In: MENDONÇA, S. G. L.; MILLER, S. (Orgs.). **Vigotski e a escola atual**: fundamentos teóricos e implicações pedagógicas. Araraquara, SP: Junqueira & Marin, 2006, p. 03-26.

ONUCHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação matemática**. São Paulo: Editora da UNESP, 1999, p. 199-218.

PAIS, L. C. Intuição, experiência e teoria geométrica. **Zetetiké**: Cempem/FE/Unicamp, Campinas, SP, v. 4, n. 6, p. 65-74, jul/dez. 1996. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike/article/view/2664/0. Acesso em: 11 fev. 2016.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA, C., SAIZ, I. **Didática da Matemática:** reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1996

PASSOS, C. L. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica**: A Geometria na sala de aula. 2000. 348f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

PAVANELLO, R. M. O abandono da Geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké:** CEMPEM/F.E. UNICAMP, ano 1, n. 1, p. 7-17, mar. 1993.

PAVANELLO, R. M. A Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental: contribuições da pesquisa para o trabalho escolar. In: PAVANELLO, R. M. (Org.). **Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental**: a pesquisa e a sala de aula. São Paulo: SBEM, 2004, p. 129-143 (Coleção SBEM).

PEREZ, G. **Pressupostos e reflexões teóricos e metodológicos da pesquisa participante no ensino de Geometria para as camadas populares**. 1991. 348f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1991.

PERRENOUD, P. **Práticas pedagógicas, profissão docente e formação**: perspectivas sociológicas. Lisboa: Dom Quixote, 1993.

PIMENTA, S. G.; LIMA, M. S. L. **Estágio e docência.** São Paulo: Cortez, 2004.

POLYA, G. **A arte de resolver problema**. Tradução Heitor Lisboa de Araujo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PORTAL BRASIL. **Inep apresenta resultados da Prova Brasil 2015**. Publicado em 08-09-2016. Disponível em: http://www.brasil.gov.br/educacao/2016/09/inep-apresenta-resultados-da-prova-brasil-2015. Acesso em: 9 mar. 2017.

POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

POZO, J. I.; ANGÓN, Y. M. A solução de problemas como conteúdo procedimental da Educação básica. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 139-165.

RUGGIERO, M. A.; BASSO, I. S. A Matemática no livro didático: uma reflexão crítica na perspectiva histórico-cultural. **Bolema,** v. 20, p. 17-36, 2003.

SACRISTÁN, J. G. **Poderes instáveis em Educação**. Porto Alegre: ARTMED Sul, 1999.

SANTOS, T. S. dos. **A inclusão das geometrias não euclidianas no currículo da educação básica**. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2009.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. Referências Metodológicas 2016 Saresp. **SARESP 2016 em Revista**, v. 1, 2017. Disponível em: http://saresp.vunesp.com.br/ Acesso em: 9 mar. 2017

SÃO PAULO (Estado). **Relatório Pedagógico 2015 Saresp**. São Paulo, 2009. Disponível em: http://file.fde.sp.gov.br/saresp/saresp2015/Arquivos/MT. 2015 online.pdf. Acesso em: 9 mar. 2017.

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação**, v. 14, n. 40 jan./abr. 2009. Disponível em: h https://www.scielo.br/pdf/rbedu/v14n40/v14n40a12.pdf. Acesso em: 03 fev. 2011.

SELVA, A. C. V.; BORBA, R. E. S. R. **O uso da calculadora nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, IV, Brasília, DF, 2009. **Anais do 4º Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.** Brasília: SBEM, 2009.

SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, V, Petrópolis, RJ, 2012. **Anais do 5º Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.** Brasília: SBEM, 2012.

SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VI, Pirenópolis, GO, 2015. **Anais do 6º Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.** Brasília: SBEM, 2015.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. **Figuras e formas**. (Coleção Matemática de 0 a 6 v. 3). 2. ed. Porto Alegre: Penso, 2014.

SOUZA, T. B de. **Avaliação em larga escala, gestão e qualidade de ensino em duas escolas públicas municipais.** 2014. 157f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, 2014.

SPINILLO, A. G. O sentido de número e sua importância na Educação Matemática. In: Brito, M. R. F. (Org.). **Solução de problemas e a Matemática Escolar**. Campinas: Alínea, 2006, p. 83-111.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em Educação. 1. ed. 14. reimp. São Paulo: Atlas, 2006.

VASCONCELLOS, M. A diferenciação entre figuras geométricas não planas e planas: o conhecimento dos alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental e o ponto de vista dos professores. **Zetetiké**: Campinas, n. 30, jul./dez. 2008.

VEIGA, I. P. A. **A prática pedagógica do professor de Didática.** Campinas, Papirus, 1992.

VIGOTSKII, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: VIGOTSKII, L.; LURIA, A.; LEONTIEV, A. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** São Paulo: Ícone, 2006.

VIGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo, Martins Fontes, 1989ª.

VIGOTSKY, L. S. **Formação social da mente.** 3. ed., São Paulo: Martins Fontes, 1989b.

VIGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

VYGOTSKI, L. S. *Obras Escogidas III*. Madrid: Visor, 1995.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1998

ZUNINO, D. L. de. **A Matemática na escola**: aqui e agora. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 1995.

Pareceristas

Este livro foi submetido ao Edital 01/2020 do Programa de Pós-graduação em Educação da Faculdade de Filosofia e Ciências da UNESP, câmpus de Marília e financiado pelo auxílio nº 0798/2018, Processo Nº 23038.000985/2018-89, Programa PROEX/CAPES. Contamos com o apoio dos seguintes pareceristas que avaliaram as propostas recomendando a publicação. Agradecemos a cada um pelo trabalho realizado:

Adriana Pastorello Buim Arena
Alessandra Arce Hai
Alexandre Filordi de Carvalho
Amanda Valiengo
Ana Crelia Dias
Ana Maria Esteves Bortolanza
Ana Maria Klein
Angélica Pall Oriani
Eliana Marques Zanata
Eliane Maria Vani Ortega
Fabiana de Cássia Rodrigues
Fernando Rodrigues de Oliveira
Francisco José Brabo Bezerra
Genivaldo de Souza Santos
Igor de Moraes Paim
Irineu Aliprando Tuim Viotto Filho
José Deribaldo Gomes dos Santos
Jussara Cristina Barboza Tortella
Lenir Maristela Silva
Livia Maria Turra Bassetto
Luciana Aparecida Nogueira da Cruz
Márcia Lopes Reis
Maria Rosa Rodrigues Martins de Camargo
Marilene Proença Rebello de Souza
Mauro Castilho Gonçalves
Monica Abrantes Galindo
Nadja Hermann
Pedro Laudinor Goergen
Tânia Barbosa Martins
Tony Honorato

Comissão de Publicação de Livros do Edital 001/2020 do
Programa de Pós-Graduação em Educação
da Faculdade de Filosofia e Ciências da UNESP, campus de Marília
Graziela Zambão Abdian, Patricia Unger Raphael Bataglia,
Eduardo José Manzini e Rodrigo Pelloso Gelamo

Neste livro a autora aborda a Prática Pedagógica de professores no ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no contexto didático da Resolução de Problemas, tendo como horizonte a realidade de trabalho na qual os professores se inserem e as implicações pedagógicas decorrentes da sua formação, dos modelos didático-pedagógicos enunciados na prática pedagógica cotidiana, sem perder de vista, a conjuntura sociopolítica que envolve o problema da educação no país. Com o olhar da Teoria Histórico-Cultural, a investigação retratada no livro ao focalizar a Prática Pedagógica docente aborda diferentes temáticas relacionadas aos conteúdos matemáticos a serem trabalhados nos Anos Iniciais e revela a importância do conhecimento matemático para a consolidação dos processos de leitura e de escrita. A relevância da obra situa-se no constante diálogo com os professores, que têm a possibilidade de descrever suas angústias, dificuldades e possibilidades, num contexto em que as condições de trabalho não são favoráveis ao aperfeiçoamento da prática docente. Sem dúvida, este livro pode contribuir para a formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais e também nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Trata-se, também, de um material útil para a equipe de gestão das escolas e contribui para o campo de pesquisa da Educação e Educação Matemática.